MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE, DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE

Secrétariat Général

Direction générale des Ressources humaines

Sous-direction du recrutement

Concours du second degré – Rapport de jury

Session 2016

# CONCOURS EXTERNE DU CAPES CAPES-CAFEP EXTERNE DE MATHÉMATIQUES

Rapport de jury présenté par :

M. Loïc Foissy, professeur des universités

Les rapports des jurys des concours sont établis sous la responsabilité des présidents de jury

# Conseil aux futurs candidats

Il est recommandé aux candidats de s'informer sur les modalités du concours.
Les renseignements généraux (conditions d'accès, épreuves, carrière, etc.) sont donnés sur le site du ministère de l'Éducation nationale de l'enseignement supérieur et de la recherche (système d'information et d'aide aux concours du second degré SIAC 2) :

http://www.devenirenseignant.gouv.fr/

Le jury du CAPES externe de Mathématiques met à disposition des candidats et des formateurs un site spécifique :

http://capes-math.org/

Les épreuves écrites de la session 2016 se sont tenues les 5 et 6 avril 2016.

Les épreuves orales se sont déroulées du 13 juin au 4 juillet 2016, dans les locaux du lycée Henri Loritz de Nancy. Le jury tient à remercier chaleureusement M. le Proviseur et l'ensemble des personnels du lycée pour la qualité de leur accueil. Que soient également remerciés pour leur grande disponibilité les personnels du Département des Examens et Concours de l'académie de Nancy, ainsi que les services de la Direction Générale des Ressources Humaines qui ont œuvré avec beaucoup de diligence pour que le concours ait lieu dans de bonnes conditions.

# Table des matières

# 1 Présentation du concours

La forme et les programmes des épreuves du concours sont définis par l'arrêté du 19 avril 2013 fixant les sections et les modalités d'organisation des concours du certificat d'aptitude au professorat du second degré (MENH1310120A). Cet arrêté a été publié :

- au journal officiel de la République française nº 0099 du 27 avril 2013 ;
- sur le serveur SIAC2 dans le guide concours personnels enseignants, d'éducation et d'orientation des collèges et lycées.

# 2 Quelques statistiques

## 2.1 Historique

La session 2016 du CAPES a vu une augmentation assez forte du nombre d'inscrits (environ 16%). Toutefois, le taux d'absentéisme aux épreuves écrites ayant lui aussi progressé, l'augmentation du nombre de présents s'est limitée à environ 3%. Les effectifs restent ainsi comparables à ceux de 2015. Tout comme les années précédentes, il n'a pas été possible de pourvoir tous les postes offerts au CAPES.
On note de nouveau un absentéisme relativement important lors des épreuves orales, puisque, sur les 2280 candidats déclarés admissibles, seuls 2037 ont subi les deux épreuves orales. La part des admis parmi les admissibles présents aux oraux s'élève ainsi à 57,5%.
Concernant le concours du CAFEP, le jury a pu déclarer admissibles 410 candidats, ce qui a permis de pourvoir les 174 postes mis au concours.

| CAPES | Postes | Inscrits | Présents | Présents/ Inscrits | Admissibles | Admissibles/ Présents | Admis | Admis/ Présents |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2016 | 1440 | 5373 | 2288 | 43% | 1870 | 82% | 1137 | 50% |
| 2015 | 1440 | 4645 | 2205 | 47% | 1803 | 82% | 1097 | 50% |
| 2014 | 1243 | 4268 | 2327 | 55% | 1892 | 81% | 838 | 36% |
| 2014e | 1592 | 4763 | 2454 | 52% | 1903 | 78% | 794 | 32% |
| 2013 | 1210 | 3390 | 1613 | 48% | 1311 | 81% | 817 | 51% |
| 2012 | 950 | 3194 | 1464 | 46% | 1176 | 80% | 652 | 45% |
| 2011 | 950 | 2862 | 1285 | 45% | 1047 | 81% | 574 | 45% |
| 2010 | 846 | 4020 | 2695 | 67% | 1919 | 71% | 846 | 31% |
| 2009 | 806 | 4243 | 3160 | 74% | 1836 | 58% | 806 | 26% |
| 2008 | 806 | 4711 | 3453 | 73% | 1802 | 52% | 806 | 23% |
| 2007 | 952 | 5388 | 3875 | 72% | 2102 | 54% | 952 | 25% |
| 2006 | 952 | 5787 | 3983 | 69% | 2043 | 51% | 952 | 24% |
| 2005 | 1310 | 6086 | 4074 | 67% | 2473 | 61% | 1310 | 32% |

| CAFEP | Postes | Inscrits | Présents | Présents/ Inscrits | Admissibles | Admissibles/ Présents | Admis | Admis/ Présents |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2016 | 174 | 1273 | 549 | 43% | 410 | 75% | 174 | 32% |
| 2015 | 178 | 1039 | 495 | 48% | 388 | 78% | 178 | 36% |
| 2014 | 151 | 747 | 452 | 61% | 342 | 76% | 136 | 30% |
| 2014e | 155 | 971 | 493 | 51% | 342 | 69% | 155 | 31% |
| 2013 | 105 | 703 | 359 | 51% | 272 | 76% | 105 | 29% |
| 2012 | 75 | 736 | 319 | 43% | 214 | 67% | 75 | 24% |
| 2011 | 90 | 618 | 276 | 45% | 198 | 72% | 90 | 33% |
| 2010 | 155 | 879 | 554 | 63% | 308 | 56% | 119 | 21% |
| 2009 | 109 | 901 | 633 | 70% | 268 | 42% | 109 | 17% |
| 2008 | 155 | 964 | 631 | 65% | 200 | 32% | 90 | 14% |
| 2007 | 160 | 1019 | 693 | 68% | 267 | 39% | 123 | 18% |
| 2006 | 135 | 1096 | 689 | 63% | 283 | 41% | 126 | 18% |
| 2005 | 177 | 1051 | 644 | 61% | 279 | 43% | 139 | 22% |

## 2.2 Répartition des notes

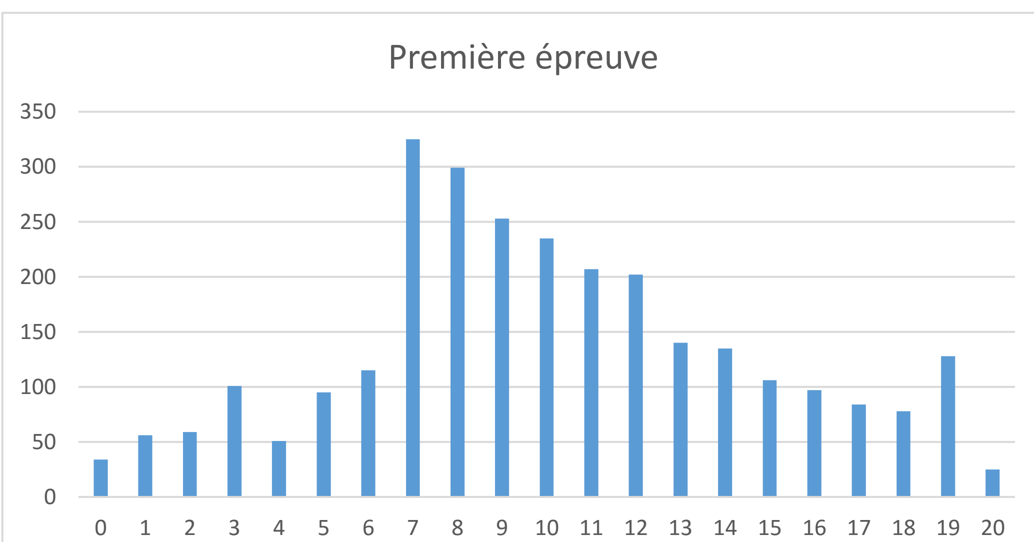
Les données suivantes concernent les concours du CAPES et du CAFEP réunis. Sauf mention contraire, les notes indiquées sont sur 20.

### 2.2.1 Épreuves d'admissibilité

46 candidats ont été éliminés pour avoir obtenu la note zéro à l'une au moins des deux épreuves écrites. La barre d'admissibilité a été fixée à 6 sur 20.

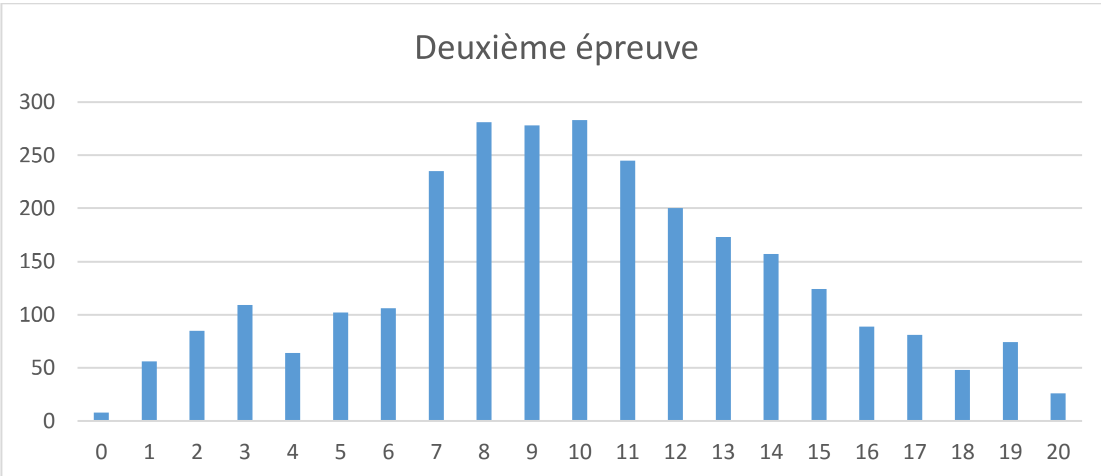
Première épreuve

| Moyenne | Écart type | Quartiles | | |
|---|---|---|---|---|
| | | Q1 | Q2 | Q3 |
| 9,62 | 4,56 | 6,64 | 9,18 | 12,64 |



Deuxième épreuve

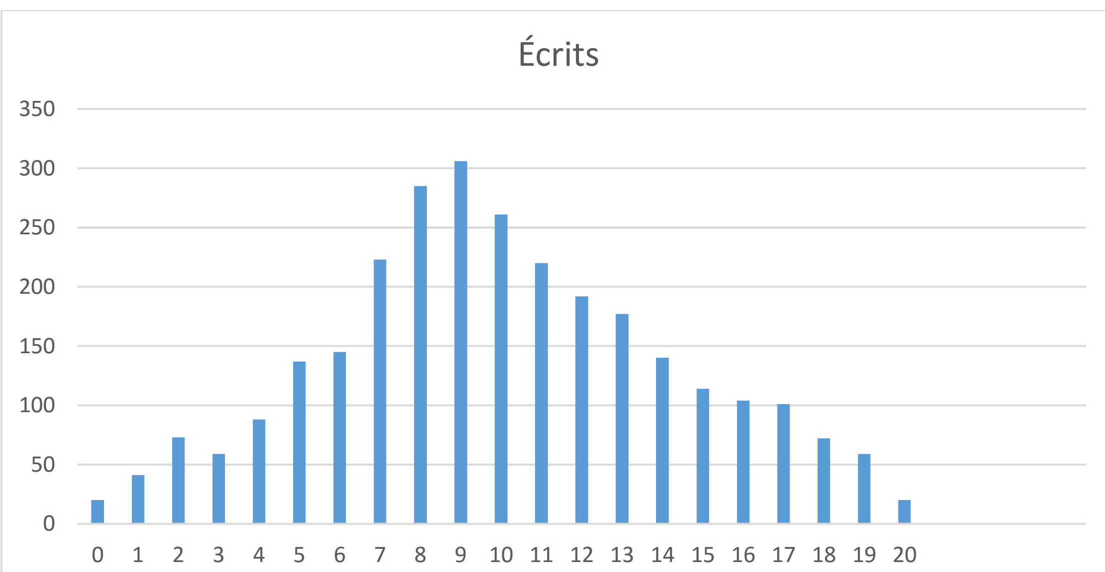
| Moyenne | Écart type | Quartiles | | |
|---|---|---|---|---|
| | | Q1 | Q2 | Q3 |
| 9,48 | 4,32 | 6,73 | 9,37 | 12,44 |




Le coefficient de corrélation linéaire entre les notes des deux épreuves écrites est 0,95.

Écrits

| Moyenne | Écart type | Quartiles | | |
|---|---|---|---|---|
| | | Q1 | Q2 | Q3 |
| 9,51 | 4,31 | 6,76 | 9,12 | 12,44 |



### 2.2.2 Épreuves d'admission

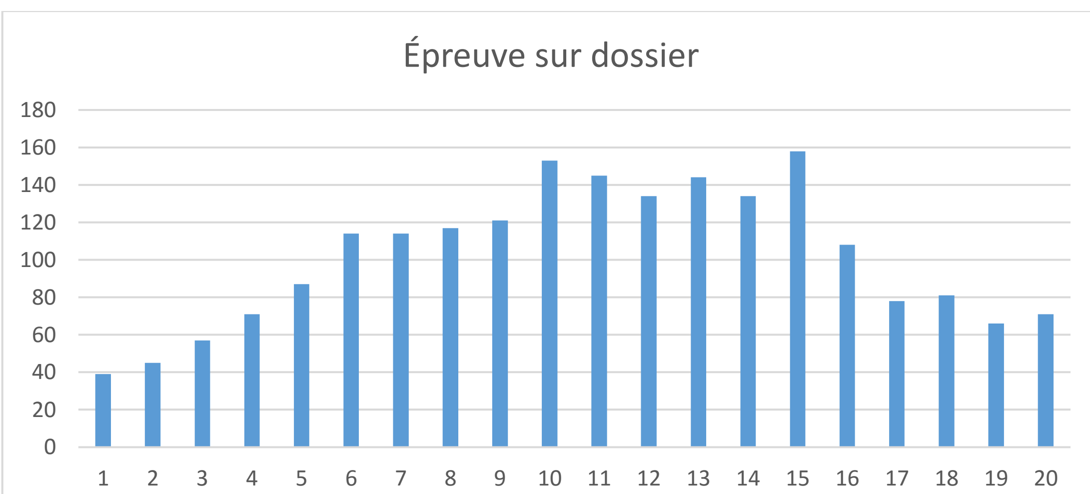
Seuls les 2037 candidats s'étant présentés aux deux épreuves orales sont pris en compte dans les tableaux ci-dessous. Pour le CAPES, le jury a fixé la barre d'admission à 49/120. Il n'a donc pas été possible de pourvoir les 1440 postes. Pour le CAFEP, les 174 postes ont été pourvus, la note globale du dernier admis étant égale à 59,46/120.

Mise en situation professionnelle

| Moyenne | Écart type | Quartiles | | |
|---|---|---|---|---|
| | | Q1 | Q2 | Q3 |
| 9,10 | 5,71 | 4,20 | 8,60 | 13,60 |

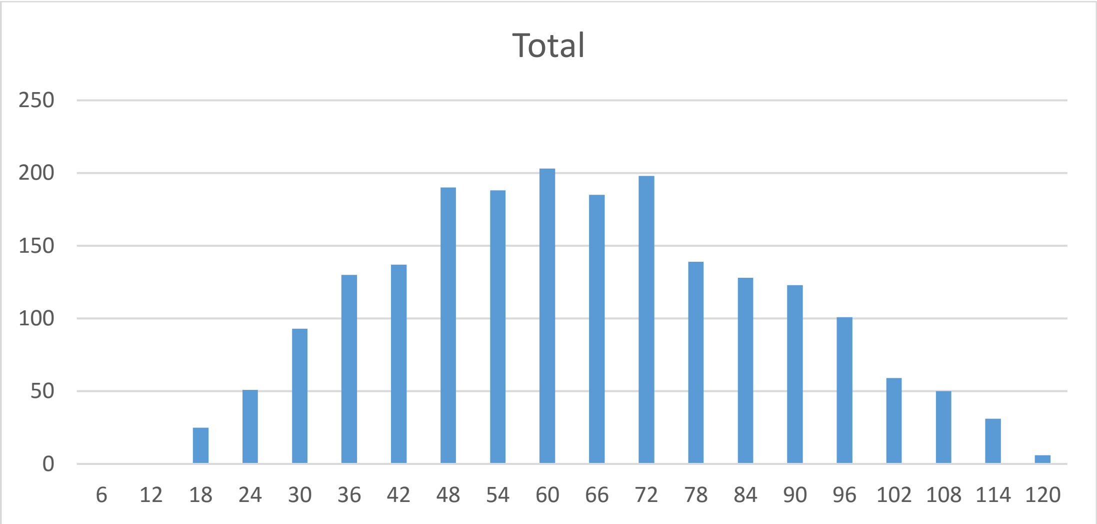

Épreuve sur dossier

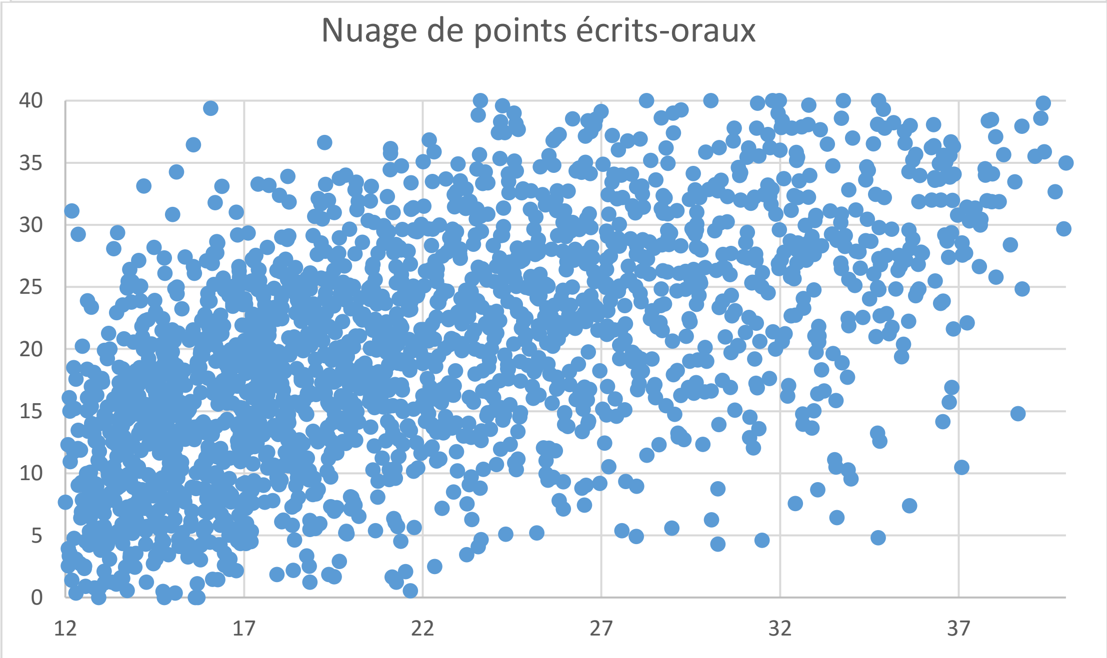
| Moyenne | Écart type | Quartiles | | |
|---|---|---|---|---|
| | | Q1 | Q2 | Q3 |
| 10,59 | 4,86 | 6,90 | 10,75 | 14,30 |



Note totale (écrits et oraux, sur 120)

| Moyenne | Écart type | Quartiles | | |
|---|---|---|---|---|
| | | Q1 | Q2 | Q3 |
| 61,25 | 22,57 | 44,36 | 60,09 | 77,55 |




Sur ce nuage de points, les notes aux épreuves d'admissibilité se trouvent en abscisse et les notes aux épreuves d'admission en ordonnée.

Le coefficient de corrélation entre les notes d'écrits et d'oraux est de 0,57.

## 2.3 Autres données

Les données suivantes concernent les concours du CAPES et CAFEP réunis. Elles ont été établies à partir des renseignements fournis par les candidats au moment de leur inscription.

| | Admissibles | | Admis | |
|---|---|---|---|---|
| HOMMES | 1413 | 62% | 801 | 61% |
| FEMMES | 867 | 38% | 510 | 39% |
| TOTAL | 2280 | | 1311 | |

| ACADÉMIE | Admissibles | | Admis | |
|---|---|---|---|---|
| AIX-MARSEILLE | 102 | 4,5% | 51 | 3,9% |
| AMIENS | 40 | 1,8% | 21 | 1,6% |
| BESANCON | 44 | 1,9% | 34 | 2,6% |
| BORDEAUX | 105 | 4,6% | 61 | 4,7% |
| CAEN | 52 | 2,3% | 27 | 2,1% |
| CLERMONT-FERRAND | 36 | 1,6% | 25 | 1,9% |
| CORSE | 12 | 0,5% | 7 | 0,5% |
| CRÉTEIL-PARIS-VERSAIL. | 496 | 21,8% | 277 | 21,1% |
| DIJON | 31 | 1,4% | 16 | 1,2% |
| GRENOBLE | 97 | 4,3% | 61 | 4,7% |
| GUADELOUPE | 19 | 0,8% | 8 | 0,6% |
| GUYANE | 8 | 0,4% | 3 | 0,2% |
| LA RÉUNION | 35 | 1,5% | 19 | 1,4% |
| LILLE | 129 | 5,7% | 76 | 5,8% |
| LIMOGES | 23 | 1,0% | 16 | 1,2% |
| LYON | 106 | 4,6% | 63 | 4,8% |
| MARTINIQUE | 22 | 1,0% | 14 | 1,1% |
| MAYOTTE | 4 | 0,2% | 1 | 0,1% |
| MONTPELLIER | 82 | 3,6% | 44 | 3,4% |
| NANCY-METZ | 84 | 3,7% | 56 | 4,3% |
| NANTES | 103 | 4,5% | 60 | 4,6% |
| NICE | 81 | 3,6% | 42 | 3,2% |
| NOUVELLE CALÉDONIE | 14 | 0,6% | 6 | 0,5% |
| ORLÉANS-TOURS | 63 | 2,8% | 41 | 3,1% |
| POITIERS | 47 | 2,1% | 31 | 2,4% |
| POLYNÉSIE FRANCAISE | 8 | 0,4% | 4 | 0,3% |
| REIMS | 32 | 1,4% | 19 | 1,4% |
| RENNES | 108 | 4,7% | 66 | 5,0% |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| ROUEN | 57 | 2,5% | 34 | 2,6% |
| STRASBOURG | 84 | 3,7% | 46 | 3,5% |
| TOULOUSE | 156 | 6,8% | 82 | 6,3% |
| TOTAL | 2280 | | 1311 | |

| PROFESSION | **Admissibles** | | **Admis** | |
|---|---|---|---|---|
| ADJOINT D'ENSEIGNEMENT | 6 | 0,26% | 4 | 0,31% |
| AG NON TIT FONCT TERRITORIALE | 2 | 0,09% | 1 | 0,08% |
| AG NON TITULAIRE FONCT PUBLIQ | 8 | 0,35% | 5 | 0,38% |
| AGRICULTEURS | 2 | 0,09% | 2 | 0,15% |
| ARTISANS / COMMERCANTS | 7 | 0,31% | 1 | 0,08% |
| ASSISTANT D'ÉDUCATION | 25 | 1,10% | 10 | 0,76% |
| CADRES SECT PRIVÉ CONV COLLECT | 144 | 6,32% | 79 | 6,03% |
| CERTIFIÉ | 9 | 0,39% | 2 | 0,15% |
| CONT ET AGRÉE REM INSTITUTEUR | 1 | 0,04% | 1 | 0,08% |
| CONTRACT ENSEIGNANT SUPÉRIEUR | 10 | 0,44% | 6 | 0,46% |
| CONTRACT MEN ADM OU TECHNIQUE | 1 | 0,04% | 1 | 0,08% |
| CONTRACTUEL 2ND DEGRÉ | 248 | 10,88% | 101 | 7,70% |
| CONTRACTUEL APPRENTISSAGE(CFA) | 2 | 0,09% | 1 | 0,08% |
| CONTRACTUEL INSERTION (MGI) | 1 | 0,04% | 0 | 0,00% |
| ÉLÈVE D'UNE ENS | 8 | 0,35% | 3 | 0,23% |
| EMPLOI AVENIR PROF.2ND D.PUBLI | 20 | 0,88% | 16 | 1,22% |
| ENS.STAGIAIRE 2E DEG. COL/LYC | 19 | 0,83% | 10 | 0,76% |
| ENSEIG NON TIT ÉTAB SCOL.ÉTR | 1 | 0,04% | 0 | 0,00% |
| ENSEIGNANT DU SUPÉRIEUR | 18 | 0,79% | 9 | 0,69% |
| ÉTUDIANT EN ESPE | 779 | 34,17% | 552 | 42,11% |
| ÉTUDIANT HORS ESPE | 330 | 14,47% | 209 | 15,94% |
| FORMATEURS DANS SECTEUR PRIVÉ | 22 | 0,96% | 9 | 0,69% |
| INSTITUTEUR SUPPLÉANT | 1 | 0,04% | 1 | 0,08% |
| MAITRE AUXILIAIRE | 98 | 4,30% | 45 | 3,43% |
| MAITRE CONTR.ET AGRÉE REM MA | 3 | 0,13% | 2 | 0,15% |
| MAITRE CONTR.ET AGRÉE REM TIT | 1 | 0,04% | 1 | 0,08% |
| MAITRE DÉLÉGUÉ | 9 | 0,39% | 2 | 0,15% |
| MILITAIRE | 2 | 0,09% | 0 | 0,00% |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| PEPS | 0 | 0,00% | 0 | 0,00% |
| PERS ADM ET TECH MEN | 2 | 0,09% | 1 | 0,08% |
| PERS ENSEIG NON TIT FONCT PUB | 9 | 0,39% | 2 | 0,15% |
| PERS ENSEIG TIT FONCT PUBLIQUE | 0 | 0,00% | 0 | 0,00% |
| PERS FONCT TERRITORIALE | 3 | 0,13% | 1 | 0,08% |
| PERS FONCTION PUBLIQUE | 15 | 0,66% | 6 | 0,46% |
| PLP | 6 | 0,26% | 3 | 0,23% |
| PROF DES ÉCOLES STAGIAIRE | 3 | 0,13% | 0 | 0,00% |
| PROFESSEUR ASSOCIÉ 2ND DEGRÉ | 1 | 0,04% | 0 | 0,00% |
| PROFESSEUR ÉCOLES | 6 | 0,26% | 2 | 0,15% |
| PROFESSIONS LIBÉRALES | 38 | 1,67% | 18 | 1,37% |
| SALARIÉS SECTEUR INDUSTRIEL | 28 | 1,23% | 12 | 0,92% |
| SALARIÉS SECTEUR TERTIAIRE | 51 | 2,24% | 25 | 1,91% |
| SANS EMPLOI | 294 | 12,89% | 141 | 10,76% |
| VACATAIRE DU 2ND DEGRÉ | 41 | 1,80% | 23 | 1,75% |
| VACATAIRE ENSEIGNANT DU SUP. | 6 | 0,26% | 4 | 0,31% |
| TOTAL | 2280 | | 1311 | |

| AGE | **Admissibles** | | **Admis** | |
|---|---|---|---|---|
| 20-24 | 746 | 32,7% | 547 | 41,7% |
| 25-29 | 656 | 28,8% | 360 | 27,5% |
| 30-34 | 324 | 14,2% | 156 | 11,9% |
| 35-39 | 175 | 7,7% | 73 | 5,6% |
| 40-44 | 163 | 7,1% | 79 | 6,0% |
| 45-49 | 116 | 5,1% | 54 | 4,1% |
| 50-54 | 60 | 2,6% | 24 | 1,8% |
| 55-59 | 34 | 1,5% | 17 | 1,3% |
| 60-64 | 6 | 0,3% | 1 | 0,1% |

L'âge moyen des candidats admissibles est de 31 ans ; l'âge moyen des candidats admis est de 29 ans.

# 3 Analyse et commentaires

## 3.1 Épreuves écrites

Le sujet de la **première épreuve** d'admissibilité était constitué de deux problèmes. Le premier détaillait plusieurs applications de l'interpolation lagrangienne, avec en particulier l'établissement d'une condition nécessaire et suffisante de l'inversibilité de la matrice de Vandermonde et la recherche de certaines paraboles.

Le second était centré sur la résolution approchée d'un problème aux bords, en utilisant un calcul de déterminant et l'inégalité de Taylor-Lagrange, qu'on redémontrait dans la partie B.

Le jury a été particulièrement attentif aux questions suivantes :

- *Question A.II. 3. du premier problème*
  Dans cette question, on demandait de montrer qu'une application linéaire était bijective, en s'appuyant sur un argument de dimension finie. Environ 22 % des candidats ont répondu correctement à cette question ; 36 % n'ont pas répondu correctement ou de manière incomplète ; 42 % n'ont pas abordé cette question. Environ 38 % des candidats ayant abordé cette question y ont répondu correctement.
- *Question D.III.3. du premier problème*
  Il s'agissait ici d'exploiter les propriétés du déterminant. Environ 19 % des candidats ont répondu correctement à cette question ; 12 % n'ont pas répondu correctement ou de manière incomplète ; 61 % n'ont pas abordé cette question. Environ 69 % des candidats ayant abordé cette question y ont répondu correctement.
- *Question B.I.3. du second problème*
  On demandait dans cette question de démontrer la formule de Taylor avec reste intégral à l'aide d'un raisonnement par récurrence. Environ 21 % des candidats ont répondu correctement à cette question ; 29 % n'ont pas répondu correctement ou de manière incomplète ; 50 % n'ont pas abordé cette question. Environ 42 % des candidats ayant abordé cette question y ont répondu correctement.
- *Question C.II. du second problème*
  Dans cette question très peu abordée, il fallait utiliser l'inégalité de Taylor pour réaliser une majoration. Environ 3 % des candidats ont répondu correctement à cette question ; 8 % n'ont pas répondu correctement ou de manière incomplète ; 89 % n'ont pas abordé cette question. Environ 26 % des candidats ayant abordé cette question y ont répondu correctement.

Le jury a été sensible au soin apporté à la rédaction de nombreuses copies : la mise en place des raisonnements, les enchaînements logiques, l'utilisation de résultats précédemment montrés sont souvent clairement mis en valeurs. Néanmoins, on déplore toujours des copies à l'écriture difficilement déchiffrable et à la rédaction confuse : signalons par exemple une nouvelle fois qu'il convient d'éviter les formulations telles que « il faut que » ou « lorsque » pour énoncer une condition nécessaire et suffisante. Nous rappelons qu'il est légitime d'attendre de futurs enseignants des efforts de soin, d'écriture et de présentation et que la notation prend en compte la qualité de la rédaction. Le jury a également apprécié les efforts faits par certains candidats pour traiter une ou plusieurs parties complètes (en particulier dans le premier problème) plutôt que d'adopter une stratégie de « grapillage ».

Le jury a constaté que les méthodes algébriques qui sous-tendaient les premières parties du premier problème sont en général bien maîtrisées : calculs de déterminant, démonstration de la linéarité d'une application, intégration par parties. On regrette toutefois un manque de précision dans la rédaction : l'argument de dimension finie pour montrer la bijectivité à partir de la surjectivité d'une application linéaire est parfois passé sous silence et on mentionne rarement que les fonctions sur lesquelles on applique l'intégration par parties pour démontrer l'égalité de Taylor avec reste intégral sont de classe $C^1$, par exemple.
Le théorème de Rolle, qui semble assez bien connu, est souvent énoncé avec des hypothèses trop fortes ; il est également parfois confondu avec le théorème des accroissements finis.

L'existence de solutions d'un système linéaire a mis de nombreux candidats en difficulté. Les énoncés suivants ont rencontré un grand succès :

- « Tout système de trois équations à trois inconnues possède une unique solution. »
- « Tout système de deux équations à trois inconnues ne possède aucune solution. »
- « Si le déterminant d'un système de trois équations à trois inconnues est nul, alors le système ne possède aucune solution. »

Le raisonnement par récurrence met encore en difficulté de nombreux candidats. En particulier, la récurrence double de la question A.I.3 du second problème a été peu réussie, beaucoup de candidats se contentant d'une récurrence simple. On constate aussi des raisonnements par récurrence dans lequel l'hypothèse de récurrence n'est pas utilisée et d'autres où l'on admet le résultat que l'on souhaite démontrer.
La gestion des indices est perfectible dans beaucoup de copies ; ainsi la partie A du premier problème a révélé de nombreuses erreurs d'écriture : par exemple, pour écrire $L_k(a_i)$ sous forme d'un produit, il est nécessaire d'utiliser un indice muet que l'on ne peut noter ni i, ni k.
Pour finir, le calcul du maximum de la valeur absolue de $f(x)=x(x-\pi)(x-\frac{\pi}{2})$ sur $[0,\pi]$, nécessaire pour répondre à la question C.I.3. du premier problème, a rarement été correctement mené. Beaucoup de candidats se contentent de chercher les points critiques de cette fonction. D'autres font le tableau de variations mais ont négligé de calculer la valeur (négative) de f en l'un des points critiques, négligeant de ce fait la valeur absolue.

Le sujet de la **deuxième épreuve** était composé de deux problèmes. Dans le premier problème, on étudiait l'évolution de la température d'un mélange de deux liquides. La première partie traitait d'une méthode de résolution approchée, la méthode d'Euler, la deuxième partie de la résolution exacte de l'équation différentielle modélisant cette évolution et la troisième partie établissait un lien entre les deux. La première partie, qui peut être une activité de classe proposée en lycée, requérait l'expression de formules à introduire dans une feuille de calcul tableur pour obtenir une valeur approchée de la température cherchée, puis l'écriture d'un algorithme permettant d'obtenir une telle valeur approchée à partir de la donnée de la valeur initiale et du nombre de subdivisions de l'intervalle d'étude. La deuxième partie demandait d'énoncer un résultat classique – solution d'une équation différentielle du premier ordre –, avant de résoudre de façon exacte le problème posé. La troisième partie proposait une étude de la convergence de la méthode d'Euler par le biais d'une suite arithmético-géométrique.

Le second problème étudiait plusieurs expériences aléatoires de tirages successifs d'une boule dans une urne selon un même protocole utilisé tout au long du problème. Dans la première partie, on demandait l'étude de deux expériences aléatoires, telle qu'elle pourrait être proposée en lycée avec les outils disponibles à ce niveau. La deuxième partie proposait une généralisation des résultats obtenus dans la première partie pour mettre en perspective des notions au programme de l'enseignement secondaire.

Ces deux problèmes ont été conçus pour permettre d'apprécier, outre les qualités scientifiques du candidat, son aptitude à se placer dans une optique professionnelle.

Le jury a prêté une attention particulière aux compétences suivantes.

- *Écrire une formule tableur*

  28 % des candidats ont su écrire une formule dans une feuille de calcul tableur répondant à la question A.IV.1.du problème 1 ; 45 % ont fourni une réponse erronée ou incomplète ; 27 % n'ont pas abordé la question. Ces données montrent une maîtrise insuffisante des compétences liées au tableur attendues au lycée ; l'adressage absolu avec utilisation du

« dollar » est inconnu d'un nombre trop important de candidats, alors même qu'il s'agit d'une compétence attendue d'un élève de première. Une telle méconnaissance empêche ces candidats d'adopter l'attitude professionnelle que l'épreuve est censée juger.

- *Écrire un algorithme*

  28 % des candidats ont su écrire l'algorithme demandé dans la question A.V.1. du problème 1 ; 27 % ont fourni une réponse erronée ou incomplète ; 45 % n'ont pas abordé la question, ce dernier taux étant identique à celui recensé pour la même compétence en 2015. Trop peu nombreux sont les candidats qui savent ensuite programmer l'algorithme sur leur calculatrice pour fournir la réponse attendue à la question A.V.2. du problème 1.
- *Modifier un algorithme*

  22 % des candidats ont su modifier l'algorithme proposé dans la partie A.III. du problème 2 pour répondre à la question A.III.2. de ce problème ; 49 % ont fourni une réponse erronée ou incomplète ; 29 % n'ont pas abordé la question. Comme en 2015, on a pu relever des erreurs fréquentes lors de l'initialisation des variables, les compteurs sont rarement traités correctement, avec une place souvent fort aléatoire. Par ailleurs, le tirage au sort d'une nouvelle boule a été fréquemment placé en dehors de la boucle.
- *Rédiger un raisonnement par récurrence*

  35 % des candidats ont rédigé correctement au moins un raisonnement par récurrence – question B.I.3.b (question de cours) ou question B.II.4.a. ou encore question B.IV.3. du problème 2 – ; 18 % montrent une maîtrise insuffisante d'un tel raisonnement ; 47 % des candidats n'ont pas abordé ces questions. Trop fréquemment, le raisonnement par récurrence n'est pas initialisé au bon rang. Par ailleurs, une fois l'hérédité prouvée, les candidats omettent généralement de conclure, et s'ils concluent, ce n'est que rarement quantifié et sans tenir compte du rang de l'initialisation.
- *Restituer une question de cours*

  20 % des candidats ont présenté correctement la question de cours demandée dans la question B.I.3. du problème 2, question relative aux probabilités conditionnelles ; 50 % l'ont traitée de façon incorrecte ou incomplète ; 30 % n'ont pas abordé la question.

Dans l'ensemble des copies, des compétences ont été régulièrement manifestées. Les outils probabilistes des programmes du lycée sont mis en œuvre avec pertinence – établir un arbre pondéré, déterminer une loi de probabilité, calculer une espérance –, l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev est relativement connue, les suites arithmético-géométriques sont manipulées avec aisance, la solution attendue pour le problème de Cauchy est correctement exhibée. Compréhension et interprétation d'un algorithme sont également des compétences régulièrement repérées.
On peut cependant regretter que la question de cours figurant dans le problème 2 ait rarement été bien traitée, la condition d'existence des probabilités conditionnelles étant généralement omise. On note des confusions fréquentes entre expérience aléatoire et événement, événement et variable aléatoire, événement et probabilité. Si la formule des probabilités totales semble connue, elle est appliquée de façon implicite ; la mise en place d'un système complet d'événements est généralement omise. L'interprétation de l'espérance demandée dans la partie A du problème 2 s'est avérée souvent farfelue, très fréquemment erronée, ou peu explicitée en fonction de l'expérience aléatoire en jeu, la notion même de moyenne ne semblant pas parfaitement acquise.
On peut aussi s'étonner de la difficulté pour nombre de candidats d'exhiber l'équation réduite de la droite $D_k$ dans la partie A du problème 1, avec une formalisation souvent incorrecte.

Dans les conduites de calculs, on note une maîtrise trop sommaire des quantificateurs, voire une absence de quantificateurs, et des problèmes récurrents dans la gestion des indices, notamment lorsque des changements sont à opérer dans les sommes : on ne peut se satisfaire, dans une conclusion, des premier et dernier termes séparés par des pointillés.
Par ailleurs, dans le problème 1, les candidats concluent souvent à une égalité avec des valeurs approchées, quand d'autres semblent composer sans disposer d'une calculatrice. Dans le problème 2, les calculs un peu longs sont rarement menés à leur terme.
De façon générale, les candidats vérifient trop rarement les hypothèses avant d'appliquer une propriété et si les calculs de limites sont relativement bien réussis, à l'exception de la limite de $(1-0{,}12/n)^n$ en $+\infty$ – expression trop souvent traitée comme le terme général d'une suite géométrique –, en revanche l'existence de ces limites est très mal justifiée, voire pas du tout évoquée. Lorsqu'il est mentionné, le critère de convergence d'une suite géométrique s'énonce de façon quasi-systématique avec la seule comparaison à 1 de la raison.
Des démonstrations attendues dans le cas général sont fréquemment conduites dans des cas particuliers.
Enfin, la compétence *communiquer* ne se résume pas à « s'exprimer avec clarté et précision à l'oral et à l'écrit ». Le candidat doit veiller à communiquer ce qu'il a fait, ce qu'il fait, ce qu'il va faire, dans quel but… autant dans la conduite d'un calcul que d'un raisonnement.

La réussite aux **épreuves écrites** nécessite que la préparation des candidats prenne en compte les éléments suivants :

- maîtriser et énoncer avec précision, lorsqu'elles sont utilisées, les connaissances mathématiques de base, indispensables à la prise de recul sur les notions enseignées ;
- rédiger clairement et de manière rigoureuse une démonstration simple, qui sera une composante essentielle du métier de professeur de mathématiques ;
- exposer avec toute la précision voulue, en mentionnant clairement les étapes successives, les raisonnements, plus particulièrement ceux qui relèvent du collège ou du lycée.

On rappelle aussi l'importance du respect des notations, de la nécessité de conclure une argumentation, mais aussi l'intérêt de la lisibilité d'une copie.

## 3.2 Épreuves orales

Les épreuves orales visent à apprécier les qualités des candidats en vue d'exercer le métier d'enseignant. Ainsi, il s'agit non seulement de faire la preuve de ses compétences mathématiques, mais également de montrer sa capacité à les faire partager, à en illustrer la portée par des exemples bien choisis et, plus généralement, à susciter l'intérêt des élèves pour la démarche scientifique.

Compte tenu de la complexité du métier d'enseignant, les attentes du jury sont multiples et l'évaluation des candidats prend en compte des critères nombreux et variés. Une certaine connaissance des programmes, une bonne gestion du temps, la maîtrise des médias de communication, une élocution claire, un niveau de langue adapté et une attitude d'écoute sont des atouts essentiels. Le niveau mathématique et les qualités de communication, qui ne peuvent être considérés séparément, jouent un rôle déterminant dans la note attribuée. Lors de l'évaluation de ces épreuves orales, le jury est plus particulièrement attentif aux critères suivants :

- Maîtrise (compétences mathématiques)
- Organisation et clarté (compétences pédagogiques)
- Pertinence-Niveau (compétences mathématiques et pédagogiques)
- Réactivité (compétences mathématiques et professionnelles)

Les recommandations formulées dans les rapports du jury des dernières sessions demeurent largement valables. Comme pour tout concours, une préparation soigneuse de chacune des épreuves en amont de celles-ci est indispensable et reste le meilleur gage de réussite.

### 3.2.1 Épreuve de mise en situation professionnelle

La première épreuve orale d'admission est l'épreuve de mise en situation professionnelle : le candidat choisit un sujet, parmi deux qu'il tire au sort. L'épreuve commence par l'exposé du plan (vingt minutes), suivi du développement par le candidat d'une partie de ce plan choisie par le jury puis d'un entretien.
Les attentes du jury sont précisément en accord avec le texte de l'arrêté définissant l'épreuve. On cherche à évaluer la capacité du candidat à maîtriser et à organiser les notions correspondant au thème proposé par le sujet, à les exposer avec clarté dans un langage adapté, puis à prêter aux questions posées par le jury toute l'attention souhaitable et enfin à répondre à ces questions de façon convaincante et avec une bonne aisance. La posture adoptée par le candidat doit exclure l'arrogance, la provocation et l'impatience. Une très bonne maîtrise de la langue française est attendue. Les éléments qui viennent d'être évoqués entrent pour une part importante dans l'évaluation.
Le niveau auquel se situe l'exposé reste au choix du candidat qui n'a pas à adapter le contenu au programme de telle ou telle classe. La forme de l'exposé est elle aussi laissée au libre choix du candidat : les présentations intégralement écrites aux tableaux, à l'aide d'un diaporama vidéo-projeté ou alternant entre les deux sont également appréciées par le jury. Ajoutons qu'il n'y a pas de contraintes sur l'utilisation du tableau, le candidat a toute liberté de l'exploiter à bon escient pour montrer ses capacités à exposer avec clarté et à susciter l'intérêt de l'auditoire.
Le plan doit être préparé avec soin : le jury est particulièrement attentif à la rigueur des énoncés mathématiques cités par le candidat et à la structure logique du déroulement de ce plan ; il apprécie les illustrations par des exemples ou des utilisations de logiciels. L'utilisation des livres numériques est possible, mais le candidat doit faire preuve d'un minimum d'esprit critique et de détachement vis-à-vis de ces ressources : le plan ne doit pas consister en une suite de copier-coller plus ou moins ordonnés de pages de manuels. D'autre part, il convient de prévoir des possibilités de développement dans le plan présenté : certains candidats admettent tous les énoncés de leur plan et ne présentent aucun exemple ou exercice, ce qui les met en difficulté lors du choix du développement par le jury. À ce propos, signalons à toutes fins utiles que le jury s'attend à ce que le candidat soit capable de démontrer un résultat constituant l'objet central d'une leçon, que cette démonstration figure ou non dans les programmes des classes sur lesquels il est rappelé que le programme du concours ne fait que s'appuyer. Enfin, il est attendu du candidat une attitude professionnelle : il convient de se détacher de ses notes, de s'exprimer distinctement et avec un niveau de langage adapté, en s'adressant au jury et non pas au tableau et de gérer ce dernier de façon appropriée. D'une manière générale, le jury a apprécié l'utilisation des logiciels, maîtrisés par une majorité de candidats. Signalons tout de même que geogebra est un logiciel de géométrie *dynamique* et qu'il est bien souvent utilisé de manière trop statique.

### 3.2.2 Épreuve sur dossier

La deuxième épreuve d'admission est l'épreuve sur dossier : elle s'appuie sur un dossier fourni par le jury portant sur un thème des programmes de mathématiques du collège, du lycée ou des sections de techniciens supérieurs. Ce thème est illustré par un exercice qui peut être complété par des productions d'élèves, des extraits des programmes officiels, des documents ressources ou des manuels. L'épreuve commence par l'exposé des réponses aux questions (trente minutes), comprenant la présentation motivée d'exercices sur le thème du dossier, suivi d'un entretien.

Ici encore, les attentes du jury sont en accord avec le texte de l'arrêté définissant l'épreuve. On cherche à évaluer la capacité du candidat à engager une réflexion pédagogique pertinente et à communiquer efficacement. Le jury s'attend notamment à ce que le candidat connaisse et sache manifester les compétences attendues des enseignants. La posture adoptée par le candidat doit exclure l'arrogance, la provocation et l'impatience. Une très bonne maîtrise de la langue française est attendue. Les éléments qui viennent d'être évoqués entrent pour une part importante dans l'évaluation.
Les analyses des productions d'élèves sont parfois trop succinctes, mais le jury a pu apprécier par exemple l'étude des compétences mobilisées, l'analyse des erreurs commises ainsi que les recherches d'explication à ces erreurs, les remédiations possibles ou les conseils à donner aux élèves.
Il est à noter qu'il est parfois demandé au candidat de corriger tout ou partie de l'exercice « comme devant une classe » : il convient donc de s'exprimer clairement en s'adressant au jury, avec rigueur et précision et de penser à la trace écrite de cette correction. Il est également demandé au candidat de présenter un choix d'exercices en rapport avec le thème du dossier, en exposant les motivations de ce choix. Si les exercices proposés sont souvent pertinents, le jury regrette le manque de recul des candidats vis-à-vis des manuels utilisés : les modifications d'énoncés, par exemple en les présentant sous forme « fermée » puis « ouverte », sont appréciées ; le jury déplore aussi souvent l'absence de connaissances pédagogiques ou didactiques pouvant motiver le choix des exercices. L'entretien se termine par un temps d'échange avec le candidat sur les missions du professeur, le contexte d'exercice du métier et les valeurs qui le portent, dont celles de la République. À titre d'exemple, voici la liste des thèmes proposés cette année ainsi que quelques questions posées.

- **Lutte contre le décrochage scolaire :** vous constatez chez l'un de vos élèves des absences perlées. Comment réagissez-vous ?
- **Le numérique éducatif :** quels usages peut-on envisager du numérique à l'école ? Quels en sont les atouts et les éventuels gains ?
- **Les procédures disciplinaires :** un élève est particulièrement dissipé, ne fait pas son travail et réagit de façon déplacée à une remarque du professeur. Quelles dispositions prenez-vous ?
- **Scolarisation des élèves en situation de handicap :** vous avez en classe un élève malvoyant. Que pouvez-vous faire pour lui faciliter sa vie de lycéen ?
- **Relations école-parents :** lors d'une réunion de parents à l'issue du premier trimestre seuls quatre parents se présentent devant vous. Qu'envisagez-vous ?
- **L'évaluation des élèves :** suite à la correction des copies d'une évaluation, vous constatez que les résultats sont inhabituellement très faibles. Qu'envisagez-vous ?
- **Les déterminismes sociaux :** les élèves issus des milieux socioprofessionnels défavorisés choisissent très peu la première scientifique à l'issue de la seconde. Qu'en pensez-vous et que proposez-vous ?
- **Prévention des conduites à risque :** vous constatez qu'une élève a des problèmes de concentration de plus en plus fréquemment et qu'elle a les yeux rouges. Visiblement, elle consomme des substances illicites. Que pouvez-vous faire pour l'aider ?
- **Différenciation pédagogique au collège :** vous êtes nommé en collège. Vous avez une classe de niveau moyen et un groupe de 6 à 8 élèves très faibles, qui ont accumulé des lacunes importantes depuis plusieurs années. Que pouvez-vous mettre en place pour gérer au mieux cette situation ?
- **Le conseil école-collège :** vous êtes professeur principal d'une classe de sixième. Votre chef d'établissement vous demande de participer au conseil école-collège. Comment vous y préparez-vous ?

- **Le travail en équipes des enseignants :** vous êtes nommé dans un établissement, avec quelles équipes pouvez-vous envisager de travailler, pour faire quoi et avec quels objectifs ?

# Avenir du concours

Lors de la conférence de presse donnée à l'occasion de la rentrée 2015, la ministre de l'Éducation Nationale, de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche a annoncé la création d'une option « informatique » au CAPES de mathématiques. Mise en place dans le cadre du renforcement de l'attractivité du concours, cette mesure prendra effet lors de la session 2017.
Les candidats auront le choix entre deux options, Mathématiques ou Informatique. Ce choix est effectué au moment de l'inscription aux concours. Il conditionne la première épreuve écrite et la première épreuve orale. Un sujet zéro pour la première épreuve écrite pour l'option informatique est disponible sur le site du jury. Les listes des leçons pour la première épreuve orale sont disponibles ci-dessous.

D'autre part, le format des épreuves a été modifié par l'arrêté MENH1524038A du 2 novembre 2015, publié au journal officiel du 8 décembre 2015. En particulier, lors de l'épreuve sur dossier, **le temps d'exposition des réponses aux questions par le candidat sera de 20 minutes à partir de la session 2017 et non plus de 30 minutes**.

## Option Mathématiques

*L'ensemble de l'épreuve s'inscrit dans le cadre des programmes de mathématiques du collège et des différentes séries du lycée général et technologique. La capacité du candidat à illustrer le sujet par des exemples sera valorisée.*

1. Expérience aléatoire, probabilité, probabilité conditionnelle.
2. Variables aléatoires discrètes.
3. Loi binomiale.
4. Variables aléatoires réelles à densité.
5. Représentation et interprétation de données. Outils statistiques.
6. Intervalles de fluctuation, intervalles de confiance. Applications.
7. Arithmétique des nombres entiers.
8. Forme trigonométrique d'un nombre complexe. Applications.
9. Trigonométrie. Applications.
10. Géométrie vectorielle dans le plan et dans l'espace.
11. Repérage dans le plan, dans l'espace, sur une sphère.
12. Droites dans le plan. Droites et plans dans l'espace.
13. Transformations du plan. Frises et pavages.
14. Relations métriques et angulaires dans le triangle.
15. Solides de l'espace et volumes.
16. Périmètres, aires, volumes.
17. Produit scalaire.
18. Proportionnalité et géométrie.
19. Problèmes de constructions géométriques.
20. Problèmes d'alignement, de parallélisme ou d'intersection.
21. Proportionnalité et linéarité. Applications.

22. Systèmes d'équations et systèmes d'inéquations. Exemples de résolution.
23. Problèmes conduisant à une modélisation par des équations ou des inéquations.
24. Résolution de problèmes à l'aide de graphes orientés ou non orientés.
25. Problèmes conduisant à une modélisation par des matrices.
26. Exemples d'algorithmes.
27. Différents types de raisonnement en mathématiques.
28. Applications des mathématiques à d'autres disciplines.
29. Fonctions polynômes du second degré. Équations et inéquations du second degré. Applications.
30. Suites numériques. Limites.
31. Problèmes conduisant à une modélisation par des suites.
32. Limite d'une fonction réelle de variable réelle.
33. Théorème des valeurs intermédiaires. Applications.
34. Nombre dérivé. Fonction dérivée. Applications.
35. Fonctions exponentielle et logarithme. Applications.
36. Intégrales, primitives.
37. Exemples de calculs d'intégrales (méthodes exactes ou approchées).
38. Problèmes conduisant à une modélisation par des fonctions.

## Option Informatique

*Les questions d'oral proposées ci-dessous concernent la première épreuve, dite de « leçon ». Elles s'appuient sur les programmes scolaires suivants :*

- *le thème E (algorithmique et programmation) du programme de cycle 4 ;*
- *le programme d'algorithmique de la classe de Seconde (et suivantes);*
- *le programme de l'enseignement de spécialité ISN (classes terminales S) ;*
- *le programme d'algorithmique appliquée du BTS SIO.*

*Les exemples traités doivent se placer dans une perspective didactique correspondant aux programmes précités. En particulier, l'activité de programmation reste au service de l'acquisition de compétences par les élèves. Cependant, le candidat doit pouvoir traiter ces questions avec le recul correspondant au niveau M1 du cycle Master.*

1. Logique booléenne et instructions conditionnelles : principes et exemples. Applications.
2. Boucles : principes et exemples.
3. Récursivité : principes et exemples.
4. Exemples d'algorithmes de recherche dans un tableau ou une liste.
5. Exemples d'algorithmes opérant sur des chaînes de caractères.
6. Exemples de structures de données linéaires implémentées avec des tableaux ou des listes. Applications.
7. Exemples d'algorithmes opérant sur un arbre. Applications.
8. Exemples d'algorithmes opérant sur un graphe. Applications.
9. Exemples d'algorithmes de tri. Comparaison.
10. Exemples illustrant l'utilisation de différentes méthodes de résolution de problèmes algorithmiques.
11. Exemples illustrant l'utilisation de différentes familles de langages de programmation.
12. Exemples de détermination de la complexité (en temps et dans le pire des cas) d'un algorithme.
13. Exemples de démarches et de raisonnements prouvant la terminaison et la correction d'un algorithme.

14. Représentation binaire des nombres : formats, exemples d'applications.
15. Organisation et utilisation des fichiers, exemples d'algorithmes de gestion.
16. Programmation événementielle : principe et applications.
17. Codage et traitement numérique des couleurs.
18. Exemples d'activités manipulant des images bitmap.
19. Exemples d'activités manipulant des objets géométriques : jeux vidéo ou simulations.
20. Exemples d'activités relevant de l'optimisation combinatoire.
21. Exemples d'activités relevant du traitement automatique des textes.
22. Exemples d'activités autour de l'internet : structure, indexation et partage des données, sécurité.
23. Modélisation et utilisation de l'informatique en sciences humaines, économiques et sociales.
24. Modélisation et utilisation de l'informatique en sciences de la vie et de la Terre.
25. Modélisation et utilisation de l'informatique en physique ou en chimie.
26. Problèmes de mathématiques du cycle 4 pouvant être résolus de manière algorithmique.
27. Problèmes de mathématiques du lycée pouvant être résolus de manière algorithmique.
28. Exemples d'algorithmes agissant sur des matrices.
29. Exemples d'algorithmes de chiffrement et de déchiffrement.
30. Exemples d'algorithmes utilisant un générateur de nombres aléatoires.

# ANNEXE : Ressources diverses

Les sujets des épreuves écrites sont disponibles sur le serveur SIAC2.

La liste des sujets de l'épreuve de mise en situation professionnelle est publiée chaque année, bien avant la tenue des épreuves. Cette liste est disponible sur le site du concours, dans la rubrique épreuves orales, puis dans la rubrique archives.

Les sujets de l'épreuve sur dossier ne sont publiés sur le site du concours qu'après la session, en page d'accueil, puis dans la rubrique archives du concours.

Pendant le temps de préparation de chaque épreuve, les candidats ont à leur disposition des ressources numériques de diverses natures : textes réglementaires, ressources d'accompagnement des programmes, logiciels, manuels numériques. On trouvera la liste de toutes ces ressources sur le site du concours, rubrique des épreuves orales.

Secrétariat Général

Direction générale des
Ressources humaines

Sous-direction du recrutement

MINISTÈRE
DE L'ÉDUCATION
NATIONALE, DE
L'ENSEIGNEMENT
SUPÉRIEUR ET DE
LA RECHERCHE

# Concours du second degré – Rapport de jury

## Session 2016

# CONCOURS EXTERNE DU CAPES CAPES-CAFEP EXTERNE DE MATHÉMATIQUES

Rapport de jury présenté par :

M. Loïc Foissy, professeur des universités

# Conseil aux futurs candidats

Il est recommandé aux candidats de s'informer sur les modalités du concours.
Les renseignements généraux (conditions d'accès, épreuves, carrière, etc.) sont donnés sur le site du ministère de l'Éducation nationale de l'enseignement supérieur et de la recherche (système d'information et d'aide aux concours du second degré SIAC 2) :

http://www.devenirenseignant.gouv.fr/

Le jury du CAPES externe de Mathématiques met à disposition des candidats et des formateurs un site spécifique :

http://capes-math.org/

Les épreuves écrites de la session 2016 se sont tenues les 5 et 6 avril 2016.

Les épreuves orales se sont déroulées du 13 juin au 4 juillet 2016, dans les locaux du lycée Henri Loritz de Nancy. Le jury tient à remercier chaleureusement M. le Proviseur et l'ensemble des personnels du lycée pour la qualité de leur accueil. Que soient également remerciés pour leur grande disponibilité les personnels du Département des Examens et Concours de l'académie de Nancy, ainsi que les services de la Direction Générale des Ressources Humaines qui ont œuvré avec beaucoup de diligence pour que le concours ait lieu dans de bonnes conditions.

# Table des matières

# 1 Présentation du concours

## 1.1 Composition du jury

| | |
|---|---|
| Mme Emmanuelle ADAM | Professeur agrégé |
| Mme Bénédicte AGUER | Professeur agrégé |
| Mme Anne ALLARD | Inspecteur d'académie-inspecteur pédagogique régional |
| M. Yann ANGELI | Professeur agrégé |
| M. Laurent ASSET | Inspecteur d'académie-inspecteur pédagogique régional |
| M. Raphaël-Sylvain AUGRIS | Professeur agrégé |
| M. François AVRIL | Professeur agrégé |
| M. Bruno BAJI | Professeur agrégé |
| Mme Marie-Ange BALLEREAU | Professeur agrégé |
| M. Jean-Charles BAUDU | Professeur agrégé |
| M. Christophe BERGERON | Professeur agrégé |
| M. Pierre-Yves BIENAIME | Inspecteur d'académie-inspecteur pédagogique régional |
| Mme Delphine BIGOT | Professeur certifié |
| Mme Micheline BILAS | Inspecteur d'académie-inspecteur pédagogique régional |
| M. Emmanuel BILLET | Professeur agrégé |
| M. Ludovic BILLOT | Professeur agrégé |
| M. Emmanuel BLANCHARD | Professeur agrégé |
| Mme Soizic BLAUDIN DE THE | Professeur agrégé |
| M. David BLOTTIÈRE | Professeur agrégé |
| M. Luc BOUGÉ | Professeur des universités |
| Mme Marie-Odile BOUQUET | Inspecteur d'académie-inspecteur pédagogique régional |
| M. Michel BOVANI, vice-président | Inspecteur général de l'éducation nationale |
| M. Richard BREHERET | Inspecteur d'académie-inspecteur pédagogique régional |
| M. Christian BRUCKER | Inspecteur d'académie-inspecteur pédagogique régional |
| M. Olivier Jean-Michel BRUNAT | Maître de conférences |
| Mme Gaëlle BUGNET | Professeur agrégé |
| Mme Anne BURBAN, vice-présidente | Inspecteur général de l'éducation nationale |
| M. Robert CABANE, vice-président | Inspecteur général de l'éducation nationale |
| M. Christophe CAIGNAERT | Professeur de chaires supérieures |
| M. Emmanuel CAM | Professeur agrégé |
| M. François CAPY | Inspecteur d'académie-inspecteur pédagogique régional |
| M. Guillaume CARON | Professeur certifié |
| M. Matthieu CATHELIN | Professeur agrégé |
| M. Pierre CAUTY | Inspecteur d'académie-inspecteur pédagogique régional |
| M. Emmanuel CHAUVET | Professeur agrégé |
| Mme Anne CHOMEL DE JARNIEU | Professeur agrégé |
| Mme Véronique COHEN-APTEL | Professeur agrégé |
| Mme Sylvie COLESSE | Professeur agrégé |
| M. Fréderic COLLEU | Professeur agrégé |

| | |
|---|---|
| M. Éric CONGE | Inspecteur d'académie-inspecteur pédagogique régional |
| Mme Aleth COUZON | Professeur agrégé |
| Mme Emmanuelle CREPEAU-JAISSON | Maître de conférences |
| Mme Edwige CROIX | Professeur agrégé |
| M. Antoine CROUZET | Professeur agrégé |
| Mme Isabelle DANARD | Professeur agrégé |
| Mme Amélie DANIEL | Professeur agrégé |
| M. Laurent DANNE | Professeur agrégé |
| M. Vincent DARLAY | Professeur agrégé |
| Mme Joëlle DÉAT | Inspecteur d'académie-inspecteur pédagogique régional |
| M. Éric DECREUX | Maître de conférences |
| M. Éric DEGORCE | Professeur agrégé |
| Mme Anne DENMAT | Professeur agrégé |
| Mme Sophie DERAM | Professeur agrégé |
| M. FABRICE DESTRUHAUT | Professeur agrégé |
| Mme Charlotte DEZELÉE | Professeur agrégé |
| Mme Cécile DI GRIGOLI | Professeur agrégé |
| Mme Manon DIDRY | Professeur agrégé |
| M. Rui DOS SANTOS | Professeur agrégé |
| M. Yves DUCEL-FAGES | Maître de conférences |
| M. Xavier DUPIN | Professeur agrégé |
| Mme Geneviève DUPRAZ | Inspecteur d'académie-inspecteur pédagogique régional |
| M. Philippe DUTARTE | Inspecteur d'académie-inspecteur pédagogique régional |
| M. Damien EGGER | Professeur agrégé |
| M. Mohamed EL KADI | Maître de conférences |
| Mme Magali FAUCHON | Inspecteur d'académie-inspecteur pédagogique régional |
| M. Julien FERNANDEZ | Professeur agrégé |
| M. Philippe FÉVOTTE | Inspecteur d'académie-inspecteur pédagogique régional |
| Mme Christelle FITAMANT | Professeur agrégé |
| Mme Françoise FLICHE | Inspecteur d'académie-inspecteur pédagogique régional |
| M. Loïc FOISSY, président | Professeur des universités |
| Mme Sophie FONTAINE-ROBICHON | Professeur agrégé |
| Mme Hélène FONTY | Professeur agrégé |
| Mme Claudine FRANCOIS | Professeur agrégé |
| Mme Céline GABOREAU | Professeur agrégé |
| M. Laurent GACHON | Professeur agrégé |
| M. Frédéric GAMAIN | Professeur agrégé |
| M. Thomas GARCIA | Professeur agrégé |
| M. Sébastien GAROT | Professeur agrégé |
| M. Xavier GAUCHARD, vice-président | Inspecteur d'académie-inspecteur pédagogique régional |
| Mme Cécile GICQUEL | Professeur agrégé |
| Mme Isabelle GILLARD HUCLEUX | Professeur agrégé |
| Mme Michèle GRILLOT | Maître de conférences |

| | |
|---|---|
| Mme Ilme GRUNER | Professeur agrégé |
| M. Bertrand GUYONVARC'H | Professeur agrégé |
| M. Dominique HALLER | Professeur agrégé |
| M. Yann HERMANS | Professeur agrégé |
| Mme Marie HEZARD | Professeur agrégé |
| Mme Sandrine INGREMEAU | Inspecteur d'académie-inspecteur pédagogique régional |
| Mme Isabelle JACQUES | Inspecteur d'académie-inspecteur pédagogique régional |
| M. Gilbert JOURDEN | Professeur de chaires supérieures |
| M. Harun KARAGOZ | Professeur agrégé |
| Mme Marie KERSALÉ | Professeur agrégé |
| M. Clément KRIEG | Professeur agrégé |
| M. Jean LABROSSE | Professeur agrégé |
| M. Philippe LAC | Professeur agrégé |
| M. David LAFOLIE | Professeur agrégé |
| Mme Hélène LAMPLE | Professeur agrégé |
| M. Olivier LASSALLE | Inspecteur d'académie-inspecteur pédagogique régional |
| Mme Hélène LAURENT | Maître de conférences |
| Mme Françoise LAVAU | Professeur agrégé |
| M. Ludovic LEGRY | Inspecteur d'académie-inspecteur pédagogique régional |
| Mme Geneviève LORIDON, vice-présidente | Inspecteur d'académie-inspecteur pédagogique régional |
| Mme Gwenola MADEC | Professeur agrégé |
| Mme Nathalie MAIER | Professeur agrégé |
| M. Vincent MAILLE | Professeur agrégé |
| Mme Nathalie MALLET | Professeur agrégé |
| M. Antony MANSUY | Professeur agrégé |
| M. Pierre MARI | Inspecteur d'académie-inspecteur pédagogique régional |
| M. Philippe MARQUET | Maître de conférences |
| Mme Isabelle MARTINEZ | Professeur agrégé |
| Mme Valérie MATHAUX | Professeur agrégé |
| M. Christophe MAZUYER | Inspecteur d'académie-inspecteur pédagogique régional |
| Mme Isabelle MAZZELLA | Professeur certifié |
| Mme Bénédicte MICHEL | Professeur certifié |
| M. Stéphane MOUEZ | Professeur agrégé |
| Mme Julie MOUROT | Professeur agrégé |
| M. Marc MOYON | Maître de conférences |
| Mme Chloé MULLAERT | Professeur agrégé |
| Mme Nathalie NEUMAR | Professeur agrégé |
| M. Florian ODOR | Inspecteur d'académie-inspecteur pédagogique régional |
| M. Éric PAGOTTO | Inspecteur d'académie-inspecteur pédagogique régional |
| Mme Anne PARADAS ARROYO | Professeur agrégé |
| M. Gilles PATRY | Inspecteur d'académie-inspecteur pédagogique régional |
| Mme Laetitia PAYRAU | Professeur agrégé |
| M. Sébastien PELLERIN | Professeur agrégé |

| | |
|---|---|
| Mme Ghislaine PERRIN | Professeur agrégé |
| Mme Anne PERY | Inspecteur d'académie-inspecteur pédagogique régional |
| M. Nicolas PETIOT | Professeur certifié |
| M. Francis PETIT | Inspecteur d'académie-inspecteur pédagogique régional |
| Mme Sandrine PICARD, vice-présidente | Inspecteur d'académie-inspecteur pédagogique régional |
| Mme Frédérique PLANTEVIN | Maître de conférences |
| Mme Armelle POUTREL | Inspecteur d'académie-inspecteur pédagogique régional |
| Mme Béatrice QUELET | Inspecteur d'académie-inspecteur pédagogique régional |
| M. Maxime REBOUT | Professeur agrégé |
| M. Antoine REGNAUD | Professeur agrégé |
| Mme Elisabeth REMM | Maître de conférences |
| M. Pascal RÉMY | Professeur agrégé |
| M. Jean-Alain RODDIER | Inspecteur d'académie-inspecteur pédagogique régional |
| M. Thierry SAGEAUX | Professeur agrégé |
| M. Rémi SALARDON | Professeur agrégé |
| M. Benoît SALEUR | Professeur agrégé |
| M. Mouny SAMY MODELIAR | Professeur agrégé |
| Mme Anne SCHROEDER | Professeur agrégé |
| Mme Sylviane SCHWER, vice-présidente | Professeur des universités |
| M. Jean-Jacques SEITZ | Inspecteur d'académie-inspecteur pédagogique régional |
| Mme Pascale SÉNÉCHAUD | Maître de conférences |
| M. Éric SERRA, vice-président | Inspecteur d'académie-inspecteur pédagogique régional |
| M. Antoine SIHRENER | Professeur agrégé |
| M. Emile SINTUREL | Professeur agrégé |
| M. Éric SOROSINA | Inspecteur d'académie-inspecteur pédagogique régional |
| Mme Marion SPAGNESI | Professeur agrégé |
| M. Stéphane STEFANI | Professeur agrégé |
| M. Éric SWIADEK | Professeur agrégé |
| Mme Hélène TANOH | Inspecteur d'académie-inspecteur pédagogique régional |
| M. Loïc TERRIER | Professeur agrégé |
| Mme Laetitia THÉVENET | Professeur agrégé |
| M. Christophe TOURNEUX | Inspecteur d'académie-inspecteur pédagogique régional |
| M. Alain TRUCHAN | Inspecteur d'académie-inspecteur pédagogique régional |
| M. Laurent TRUCHOT | Professeur agrégé |
| M. Christian VASSARD | Professeur agrégé |
| Mme Claude VAUGON | Professeur agrégé |
| M. Mickaël VÉDRINE | Professeur agrégé |
| Mme Alienor VÉRONESE | Professeur agrégé |
| M. Matthieu VERROLLES | Professeur agrégé |
| Mme Alexandra VIALE | Professeur agrégé |
| M. Olivier WANTIEZ | Inspecteur d'académie-inspecteur pédagogique régional |
| Mme Juliette WIEME | Professeur certifié |
| M. Gilles WIRIG | Professeur agrégé |

| | |
|---|---|
| M. Jérôme YGÉ | Professeur agrégé |
| Mme Dilek YILMAZ | Professeur agrégé |
| M. Mehdi ZINE | Professeur agrégé |
| M. Joffrey ZOLNET | Inspecteur d'académie-inspecteur pédagogique régional |

### 1.2 Définition des épreuves

La forme et les programmes des épreuves du concours sont définis par l'arrêté du 19 avril 2013 fixant les sections et les modalités d'organisation des concours du certificat d'aptitude au professorat du second degré (MENH1310120A). Cet arrêté a été publié :

- au journal officiel de la République française nº 0099 du 27 avril 2013 ;
- sur le serveur SIAC2 dans le guide concours personnels enseignants, d'éducation et d'orientation des collèges et lycées.

## 2 Quelques statistiques

### 2.1 Historique

La session 2016 du CAPES a vu une augmentation assez forte du nombre d'inscrits (environ 16%). Toutefois, le taux d'absentéisme aux épreuves écrites ayant lui aussi progressé, l'augmentation du nombre de présents s'est limitée à environ 3%. Les effectifs restent ainsi comparables à ceux de 2015. Tout comme les années précédentes, il n'a pas été possible de pourvoir tous les postes offerts au CAPES.
On note de nouveau un absentéisme relativement important lors des épreuves orales, puisque, sur les 2280 candidats déclarés admissibles, seuls 2037 ont subi les deux épreuves orales. La part des admis parmi les admissibles présents aux oraux s'élève ainsi à 57,5%.
Concernant le concours du CAFEP, le jury a pu déclarer admissibles 410 candidats, ce qui a permis de pourvoir les 174 postes mis au concours.

| CAPES | Postes | Inscrits | Présents | Présents/ Inscrits | Admissibles | Admissibles/ Présents | Admis | Admis/ Présents |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2016 | 1440 | 5373 | 2288 | 43% | 1870 | 82% | 1137 | 50% |
| 2015 | 1440 | 4645 | 2205 | 47% | 1803 | 82% | 1097 | 50% |
| 2014 | 1243 | 4268 | 2327 | 55% | 1892 | 81% | 838 | 36% |
| 2014e | 1592 | 4763 | 2454 | 52% | 1903 | 78% | 794 | 32% |
| 2013 | 1210 | 3390 | 1613 | 48% | 1311 | 81% | 817 | 51% |
| 2012 | 950 | 3194 | 1464 | 46% | 1176 | 80% | 652 | 45% |
| 2011 | 950 | 2862 | 1285 | 45% | 1047 | 81% | 574 | 45% |
| 2010 | 846 | 4020 | 2695 | 67% | 1919 | 71% | 846 | 31% |
| 2009 | 806 | 4243 | 3160 | 74% | 1836 | 58% | 806 | 26% |
| 2008 | 806 | 4711 | 3453 | 73% | 1802 | 52% | 806 | 23% |
| 2007 | 952 | 5388 | 3875 | 72% | 2102 | 54% | 952 | 25% |
| 2006 | 952 | 5787 | 3983 | 69% | 2043 | 51% | 952 | 24% |
| 2005 | 1310 | 6086 | 4074 | 67% | 2473 | 61% | 1310 | 32% |

| CAFEP | Postes | Inscrits | Présents | Présents/ Inscrits | Admissibles | Admissibles/ Présents | Admis | Admis/ Présents |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2016 | 174 | 1273 | 549 | 43% | 410 | 75% | 174 | 32% |
| 2015 | 178 | 1039 | 495 | 48% | 388 | 78% | 178 | 36% |
| 2014 | 151 | 747 | 452 | 61% | 342 | 76% | 136 | 30% |
| 2014e | 155 | 971 | 493 | 51% | 342 | 69% | 155 | 31% |
| 2013 | 105 | 703 | 359 | 51% | 272 | 76% | 105 | 29% |
| 2012 | 75 | 736 | 319 | 43% | 214 | 67% | 75 | 24% |
| 2011 | 90 | 618 | 276 | 45% | 198 | 72% | 90 | 33% |
| 2010 | 155 | 879 | 554 | 63% | 308 | 56% | 119 | 21% |
| 2009 | 109 | 901 | 633 | 70% | 268 | 42% | 109 | 17% |
| 2008 | 155 | 964 | 631 | 65% | 200 | 32% | 90 | 14% |
| 2007 | 160 | 1019 | 693 | 68% | 267 | 39% | 123 | 18% |
| 2006 | 135 | 1096 | 689 | 63% | 283 | 41% | 126 | 18% |
| 2005 | 177 | 1051 | 644 | 61% | 279 | 43% | 139 | 22% |

## 2.2 Répartition des notes

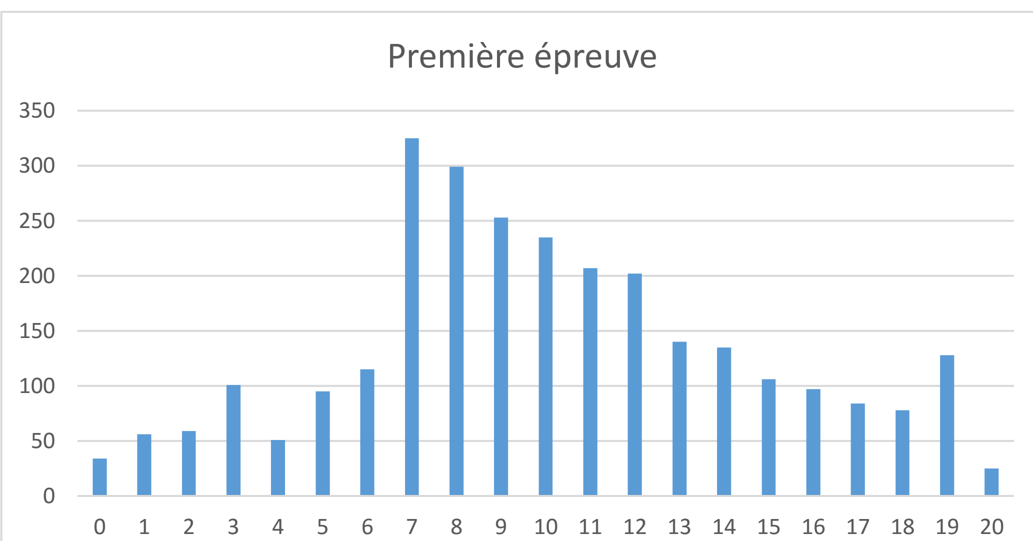
Les données suivantes concernent les concours du CAPES et du CAFEP réunis. Sauf mention contraire, les notes indiquées sont sur 20.

### 2.2.1 Épreuves d'admissibilité

46 candidats ont été éliminés pour avoir obtenu la note zéro à l'une au moins des deux épreuves écrites. La barre d'admissibilité a été fixée à 6 sur 20.

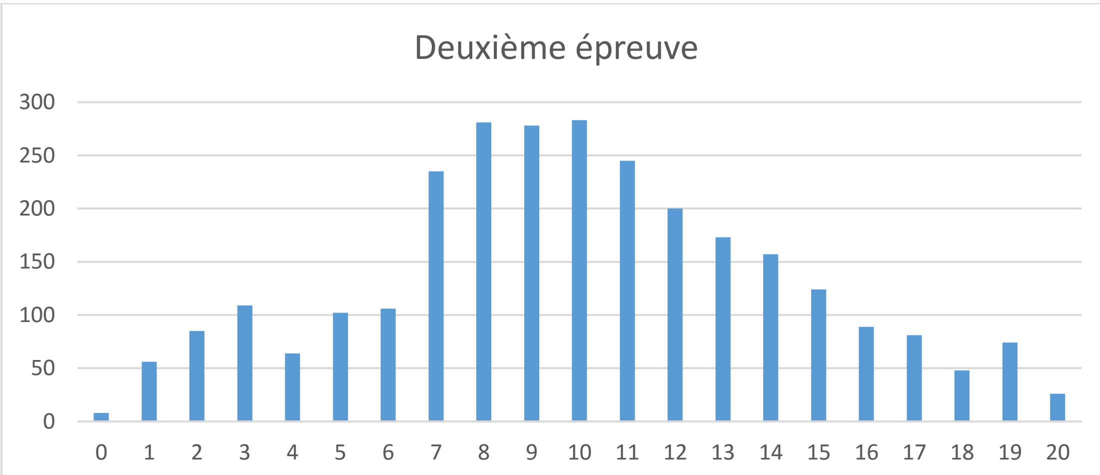
Première épreuve

| Moyenne | Écart type | Quartiles | | |
|---|---|---|---|---|
| | | Q1 | Q2 | Q3 |
| 9,62 | 4,56 | 6,64 | 9,18 | 12,64 |



Deuxième épreuve

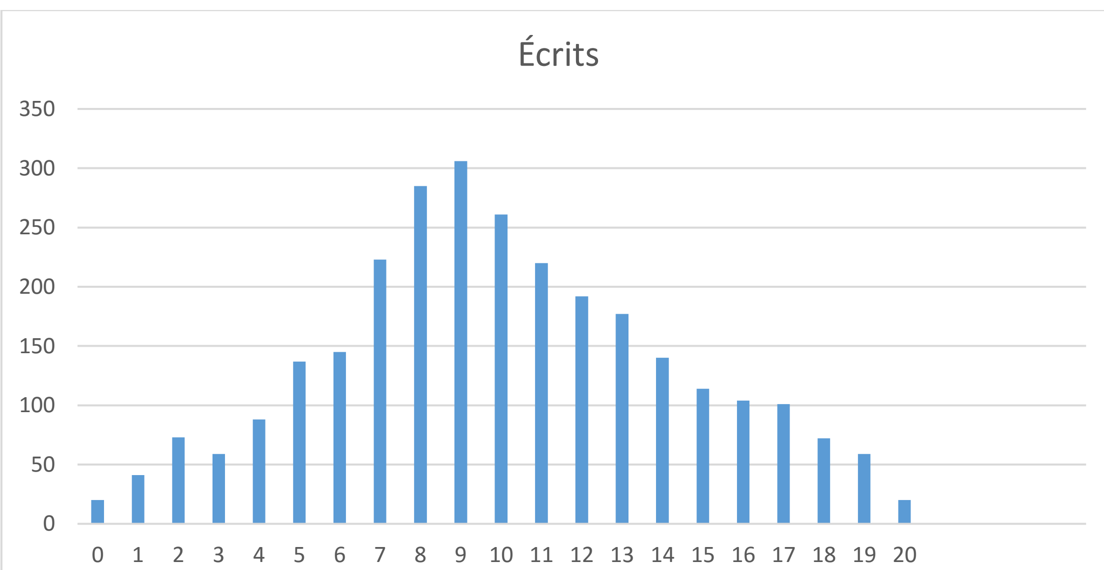
| Moyenne | Écart type | Quartiles | | |
|---|---|---|---|---|
| | | Q1 | Q2 | Q3 |
| 9,48 | 4,32 | 6,73 | 9,37 | 12,44 |




Le coefficient de corrélation linéaire entre les notes des deux épreuves écrites est 0,95.

Écrits

| Moyenne | Écart type | Quartiles | | |
|---|---|---|---|---|
| | | Q1 | Q2 | Q3 |
| 9,51 | 4,31 | 6,76 | 9,12 | 12,44 |

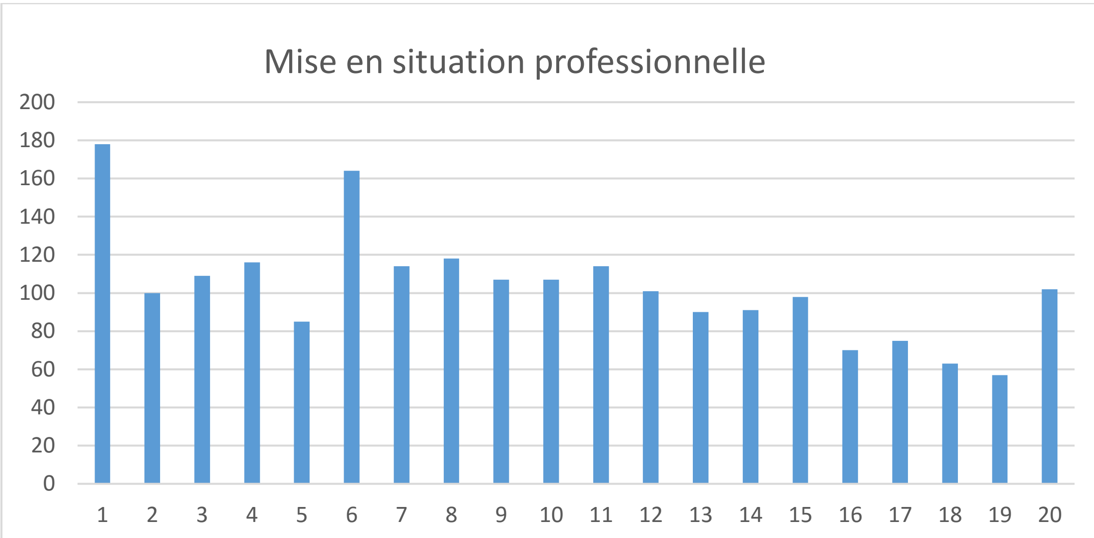



### 2.2.2 Épreuves d'admission

Seuls les 2037 candidats s'étant présentés aux deux épreuves orales sont pris en compte dans les tableaux ci-dessous. Pour le CAPES, le jury a fixé la barre d'admission à 49/120. Il n'a donc pas été possible de pourvoir les 1440 postes. Pour le CAFEP, les 174 postes ont été pourvus, la note globale du dernier admis étant égale à 59,46/120.

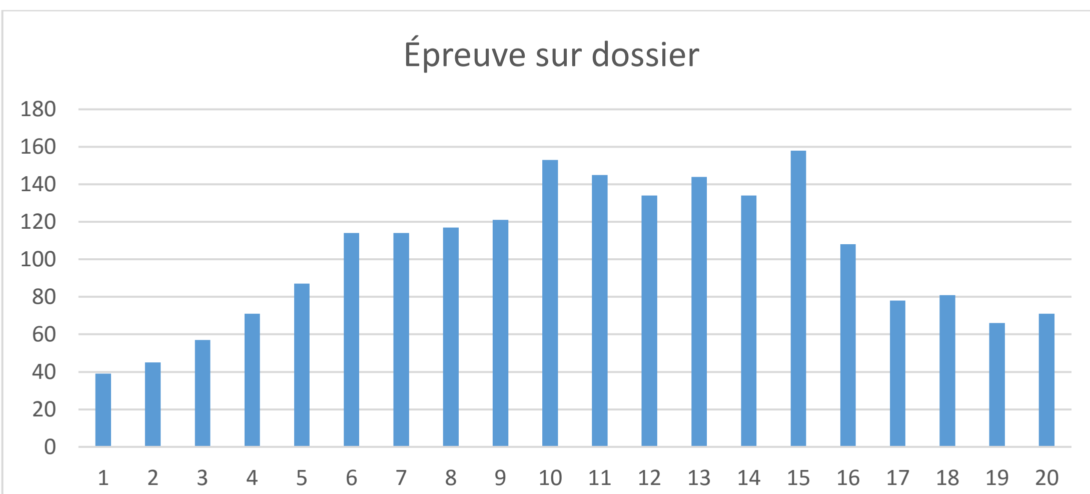
Mise en situation professionnelle

| Moyenne | Écart type | Quartiles | | |
|---|---|---|---|---|
| | | Q1 | Q2 | Q3 |
| 9,10 | 5,71 | 4,20 | 8,60 | 13,60 |



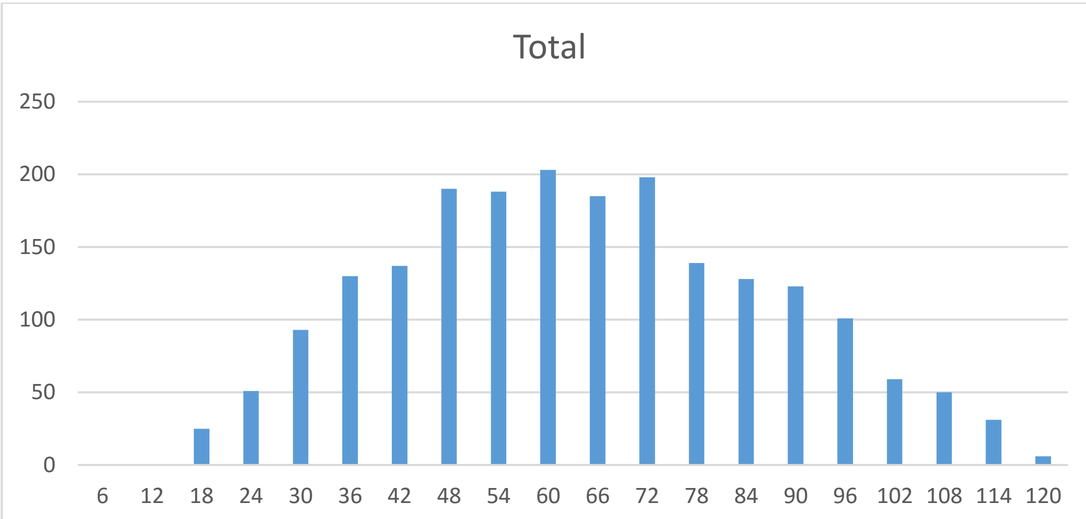

Épreuve sur dossier

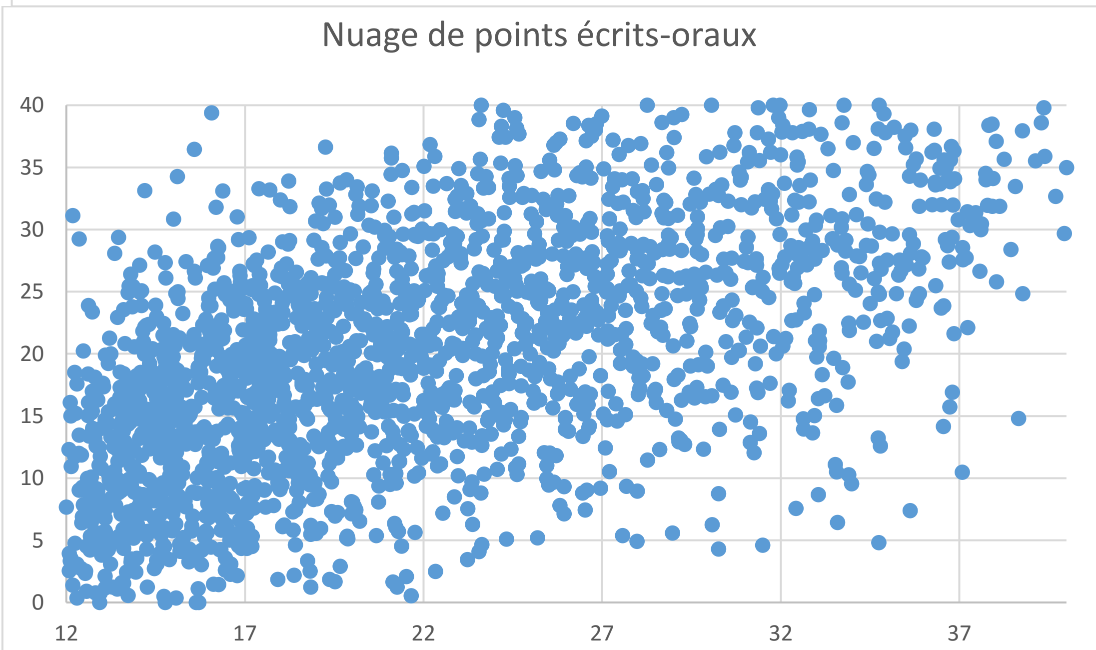
| Moyenne | Écart type | Quartiles | | |
|---|---|---|---|---|
| | | Q1 | Q2 | Q3 |
| 10,59 | 4,86 | 6,90 | 10,75 | 14,30 |




Note totale (écrits et oraux, sur 120)

| Moyenne | Écart type | Quartiles | | |
|---|---|---|---|---|
| | | Q1 | Q2 | Q3 |
| 61,25 | 22,57 | 44,36 | 60,09 | 77,55 |




Sur ce nuage de points, les notes aux épreuves d'admissibilité se trouvent en abscisse et les notes aux épreuves d'admission en ordonnée.

Le coefficient de corrélation entre les notes d'écrits et d'oraux est de 0,57.

## 2.3 Autres données

Les données suivantes concernent les concours du CAPES et CAFEP réunis. Elles ont été établies à partir des renseignements fournis par les candidats au moment de leur inscription.

| | Admissibles | | Admis | |
|---|---|---|---|---|
| HOMMES | 1413 | 62% | 801 | 61% |
| FEMMES | 867 | 38% | 510 | 39% |
| TOTAL | 2280 | | 1311 | |

| ACADÉMIE | Admissibles | | Admis | |
|---|---|---|---|---|
| AIX-MARSEILLE | 102 | 4,5% | 51 | 3,9% |
| AMIENS | 40 | 1,8% | 21 | 1,6% |
| BESANCON | 44 | 1,9% | 34 | 2,6% |
| BORDEAUX | 105 | 4,6% | 61 | 4,7% |
| CAEN | 52 | 2,3% | 27 | 2,1% |
| CLERMONT-FERRAND | 36 | 1,6% | 25 | 1,9% |
| CORSE | 12 | 0,5% | 7 | 0,5% |
| CRÉTEIL-PARIS-VERSAIL. | 496 | 21,8% | 277 | 21,1% |
| DIJON | 31 | 1,4% | 16 | 1,2% |
| GRENOBLE | 97 | 4,3% | 61 | 4,7% |
| GUADELOUPE | 19 | 0,8% | 8 | 0,6% |
| GUYANE | 8 | 0,4% | 3 | 0,2% |
| LA RÉUNION | 35 | 1,5% | 19 | 1,4% |
| LILLE | 129 | 5,7% | 76 | 5,8% |
| LIMOGES | 23 | 1,0% | 16 | 1,2% |
| LYON | 106 | 4,6% | 63 | 4,8% |
| MARTINIQUE | 22 | 1,0% | 14 | 1,1% |
| MAYOTTE | 4 | 0,2% | 1 | 0,1% |
| MONTPELLIER | 82 | 3,6% | 44 | 3,4% |
| NANCY-METZ | 84 | 3,7% | 56 | 4,3% |
| NANTES | 103 | 4,5% | 60 | 4,6% |
| NICE | 81 | 3,6% | 42 | 3,2% |
| NOUVELLE CALÉDONIE | 14 | 0,6% | 6 | 0,5% |
| ORLÉANS-TOURS | 63 | 2,8% | 41 | 3,1% |
| POITIERS | 47 | 2,1% | 31 | 2,4% |
| POLYNÉSIE FRANCAISE | 8 | 0,4% | 4 | 0,3% |
| REIMS | 32 | 1,4% | 19 | 1,4% |
| RENNES | 108 | 4,7% | 66 | 5,0% |
| ROUEN | 57 | 2,5% | 34 | 2,6% |
| STRASBOURG | 84 | 3,7% | 46 | 3,5% |
| TOULOUSE | 156 | 6,8% | 82 | 6,3% |
| TOTAL | 2280 | | 1311 | |

| PROFESSION | **Admissibles** | | **Admis** | |
|---|---|---|---|---|
| ADJOINT D'ENSEIGNEMENT | 6 | 0,26% | 4 | 0,31% |
| AG NON TIT FONCT TERRITORIALE | 2 | 0,09% | 1 | 0,08% |
| AG NON TITULAIRE FONCT PUBLIQ | 8 | 0,35% | 5 | 0,38% |
| AGRICULTEURS | 2 | 0,09% | 2 | 0,15% |
| ARTISANS / COMMERCANTS | 7 | 0,31% | 1 | 0,08% |
| ASSISTANT D'ÉDUCATION | 25 | 1,10% | 10 | 0,76% |
| CADRES SECT PRIVÉ CONV COLLECT | 144 | 6,32% | 79 | 6,03% |
| CERTIFIÉ | 9 | 0,39% | 2 | 0,15% |
| CONT ET AGRÉE REM INSTITUTEUR | 1 | 0,04% | 1 | 0,08% |
| CONTRACT ENSEIGNANT SUPÉRIEUR | 10 | 0,44% | 6 | 0,46% |
| CONTRACT MEN ADM OU TECHNIQUE | 1 | 0,04% | 1 | 0,08% |
| CONTRACTUEL 2ND DEGRÉ | 248 | 10,88% | 101 | 7,70% |
| CONTRACTUEL APPRENTISSAGE(CFA) | 2 | 0,09% | 1 | 0,08% |
| CONTRACTUEL INSERTION (MGI) | 1 | 0,04% | 0 | 0,00% |
| ÉLÈVE D'UNE ENS | 8 | 0,35% | 3 | 0,23% |
| EMPLOI AVENIR PROF.2ND D.PUBLI | 20 | 0,88% | 16 | 1,22% |
| ENS.STAGIAIRE 2E DEG. COL/LYC | 19 | 0,83% | 10 | 0,76% |
| ENSEIG NON TIT ÉTAB SCOL.ÉTR | 1 | 0,04% | 0 | 0,00% |
| ENSEIGNANT DU SUPÉRIEUR | 18 | 0,79% | 9 | 0,69% |
| ÉTUDIANT EN ESPE | 779 | 34,17% | 552 | 42,11% |
| ÉTUDIANT HORS ESPE | 330 | 14,47% | 209 | 15,94% |
| FORMATEURS DANS SECTEUR PRIVÉ | 22 | 0,96% | 9 | 0,69% |
| INSTITUTEUR SUPPLÉANT | 1 | 0,04% | 1 | 0,08% |
| MAITRE AUXILIAIRE | 98 | 4,30% | 45 | 3,43% |
| MAITRE CONTR.ET AGRÉE REM MA | 3 | 0,13% | 2 | 0,15% |
| MAITRE CONTR.ET AGRÉE REM TIT | 1 | 0,04% | 1 | 0,08% |
| MAITRE DÉLÉGUÉ | 9 | 0,39% | 2 | 0,15% |
| MILITAIRE | 2 | 0,09% | 0 | 0,00% |
| PEPS | 0 | 0,00% | 0 | 0,00% |
| PERS ADM ET TECH MEN | 2 | 0,09% | 1 | 0,08% |
| PERS ENSEIG NON TIT FONCT PUB | 9 | 0,39% | 2 | 0,15% |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| PERS ENSEIG TIT FONCT PUBLIQUE | 0 | 0,00% | 0 | 0,00% |
| PERS FONCT TERRITORIALE | 3 | 0,13% | 1 | 0,08% |
| PERS FONCTION PUBLIQUE | 15 | 0,66% | 6 | 0,46% |
| PLP | 6 | 0,26% | 3 | 0,23% |
| PROF DES ÉCOLES STAGIAIRE | 3 | 0,13% | 0 | 0,00% |
| PROFESSEUR ASSOCIÉ 2ND DEGRÉ | 1 | 0,04% | 0 | 0,00% |
| PROFESSEUR ÉCOLES | 6 | 0,26% | 2 | 0,15% |
| PROFESSIONS LIBÉRALES | 38 | 1,67% | 18 | 1,37% |
| SALARIÉS SECTEUR INDUSTRIEL | 28 | 1,23% | 12 | 0,92% |
| SALARIÉS SECTEUR TERTIAIRE | 51 | 2,24% | 25 | 1,91% |
| SANS EMPLOI | 294 | 12,89% | 141 | 10,76% |
| VACATAIRE DU 2ND DEGRÉ | 41 | 1,80% | 23 | 1,75% |
| VACATAIRE ENSEIGNANT DU SUP. | 6 | 0,26% | 4 | 0,31% |
| TOTAL | 2280 | | 1311 | |

| AGE | **Admissibles** | | **Admis** | |
|---|---|---|---|---|
| 20-24 | 746 | 32,7% | 547 | 41,7% |
| 25-29 | 656 | 28,8% | 360 | 27,5% |
| 30-34 | 324 | 14,2% | 156 | 11,9% |
| 35-39 | 175 | 7,7% | 73 | 5,6% |
| 40-44 | 163 | 7,1% | 79 | 6,0% |
| 45-49 | 116 | 5,1% | 54 | 4,1% |
| 50-54 | 60 | 2,6% | 24 | 1,8% |
| 55-59 | 34 | 1,5% | 17 | 1,3% |
| 60-64 | 6 | 0,3% | 1 | 0,1% |

L’âge moyen des candidats admissibles est de 31 ans ; l’âge moyen des candidats admis est de 29 ans.

# 3 Analyse et commentaires

## 3.1 Épreuves écrites

Le sujet de la **première épreuve** d’admissibilité était constitué de deux problèmes. Le premier détaillait plusieurs applications de l’interpolation lagrangienne, avec en particulier l’établissement d’une condition nécessaire et suffisante de l’inversibilité de la matrice de Vandermonde et la recherche de certaines paraboles.

Le second était centré sur la résolution approchée d’un problème aux bords, en utilisant un calcul de déterminant et l’inégalité de Taylor-Lagrange, qu’on redémontrait dans la partie B.

Le jury a été particulièrement attentif aux questions suivantes :

- *Question A.II. 3. du premier problème*
  Dans cette question, on demandait de montrer qu'une application linéaire était bijective, en s'appuyant sur un argument de dimension finie. Environ 22 % des candidats ont répondu correctement à cette question ; 36 % n'ont pas répondu correctement ou de manière incomplète ; 42 % n'ont pas abordé cette question. Environ 38 % des candidats ayant abordé cette question y ont répondu correctement.
- *Question D.III.3. du premier problème*
  Il s'agissait ici d'exploiter les propriétés du déterminant. Environ 19 % des candidats ont répondu correctement à cette question ; 12 % n'ont pas répondu correctement ou de manière incomplète ; 61 % n'ont pas abordé cette question. Environ 69 % des candidats ayant abordé cette question y ont répondu correctement.
- *Question B.I.3. du second problème*
  On demandait dans cette question de démontrer la formule de Taylor avec reste intégral à l'aide d'un raisonnement par récurrence. Environ 21 % des candidats ont répondu correctement à cette question ; 29 % n'ont pas répondu correctement ou de manière incomplète ; 50 % n'ont pas abordé cette question. Environ 42 % des candidats ayant abordé cette question y ont répondu correctement.
- *Question C.II. du second problème*
  Dans cette question très peu abordée, il fallait utiliser l'inégalité de Taylor pour réaliser une majoration. Environ 3 % des candidats ont répondu correctement à cette question ; 8 % n'ont pas répondu correctement ou de manière incomplète ; 89 % n'ont pas abordé cette question. Environ 26 % des candidats ayant abordé cette question y ont répondu correctement.

Le jury a été sensible au soin apporté à la rédaction de nombreuses copies : la mise en place des raisonnements, les enchaînements logiques, l'utilisation de résultats précédemment montrés sont souvent clairement mis en valeurs. Néanmoins, on déplore toujours des copies à l'écriture difficilement déchiffrable et à la rédaction confuse : signalons par exemple une nouvelle fois qu'il convient d'éviter les formulations telles que « il faut que » ou « lorsque » pour énoncer une condition nécessaire et suffisante. Nous rappelons qu'il est légitime d'attendre de futurs enseignants des efforts de soin, d'écriture et de présentation et que la notation prend en compte la qualité de la rédaction. Le jury a également apprécié les efforts faits par certains candidats pour traiter une ou plusieurs parties complètes (en particulier dans le premier problème) plutôt que d'adopter une stratégie de « grapillage ».

Le jury a constaté que les méthodes algébriques qui sous-tendaient les premières parties du premier problème sont en général bien maîtrisées : calculs de déterminant, démonstration de la linéarité d'une application, intégration par parties. On regrette toutefois un manque de précision dans la rédaction : l'argument de dimension finie pour montrer la bijectivité à partir de la surjectivité d'une application linéaire est parfois passé sous silence et on mentionne rarement que les fonctions sur lesquelles on applique l'intégration par parties pour démontrer l'égalité de Taylor avec reste intégral sont de classe $C^1$, par exemple.
Le théorème de Rolle, qui semble assez bien connu, est souvent énoncé avec des hypothèses trop fortes ; il est également parfois confondu avec le théorème des accroissements finis.

L'existence de solutions d'un système linéaire a mis de nombreux candidats en difficulté. Les énoncés suivants ont rencontré un grand succès :

- « Tout système de trois équations à trois inconnues possède une unique solution. »
- « Tout système de deux équations à trois inconnues ne possède aucune solution. »

- « Si le déterminant d'un système de trois équations à trois inconnues est nul, alors le système ne possède aucune solution. »

Le raisonnement par récurrence met encore en difficulté de nombreux candidats. En particulier, la récurrence double de la question A.I.3 du second problème a été peu réussie, beaucoup de candidats se contentant d'une récurrence simple. On constate aussi des raisonnements par récurrence dans lequel l'hypothèse de récurrence n'est pas utilisée et d'autres où l'on admet le résultat que l'on souhaite démontrer.

La gestion des indices est perfectible dans beaucoup de copies ; ainsi la partie A du premier problème a révélé de nombreuses erreurs d'écriture : par exemple, pour écrire $L_k(a_i)$ sous forme d'un produit, il est nécessaire d'utiliser un indice muet que l'on ne peut noter ni i, ni k.

Pour finir, le calcul du maximum de la valeur absolue de $f(x)=x(x-\pi)(x-\frac{\pi}{2})$ sur $[0,\pi]$, nécessaire pour répondre à la question C.I.3. du premier problème, a rarement été correctement mené. Beaucoup de candidats se contentent de chercher les points critiques de cette fonction. D'autres font le tableau de variations mais ont négligé de calculer la valeur (négative) de f en l'un des points critiques, négligeant de ce fait la valeur absolue.

Le sujet de la **deuxième épreuve** était composé de deux problèmes. Dans le premier problème, on étudiait l'évolution de la température d'un mélange de deux liquides. La première partie traitait d'une méthode de résolution approchée, la méthode d'Euler, la deuxième partie de la résolution exacte de l'équation différentielle modélisant cette évolution et la troisième partie établissait un lien entre les deux. La première partie, qui peut être une activité de classe proposée en lycée, requérait l'expression de formules à introduire dans une feuille de calcul tableur pour obtenir une valeur approchée de la température cherchée, puis l'écriture d'un algorithme permettant d'obtenir une telle valeur approchée à partir de la donnée de la valeur initiale et du nombre de subdivisions de l'intervalle d'étude. La deuxième partie demandait d'énoncer un résultat classique – solution d'une équation différentielle du premier ordre –, avant de résoudre de façon exacte le problème posé. La troisième partie proposait une étude de la convergence de la méthode d'Euler par le biais d'une suite arithmético-géométrique.

Le second problème étudiait plusieurs expériences aléatoires de tirages successifs d'une boule dans une urne selon un même protocole utilisé tout au long du problème. Dans la première partie, on demandait l'étude de deux expériences aléatoires, telle qu'elle pourrait être proposée en lycée avec les outils disponibles à ce niveau. La deuxième partie proposait une généralisation des résultats obtenus dans la première partie pour mettre en perspective des notions au programme de l'enseignement secondaire.

Ces deux problèmes ont été conçus pour permettre d'apprécier, outre les qualités scientifiques du candidat, son aptitude à se placer dans une optique professionnelle.

Le jury a prêté une attention particulière aux compétences suivantes.

- *Écrire une formule tableur*

  28 % des candidats ont su écrire une formule dans une feuille de calcul tableur répondant à la question A.IV.1.du problème 1 ; 45 % ont fourni une réponse erronée ou incomplète ; 27 % n'ont pas abordé la question. Ces données montrent une maîtrise insuffisante des compétences liées au tableur attendues au lycée ; l'adressage relatif avec utilisation du « dollar » est inconnu d'un nombre trop important de candidats, alors même qu'il s'agit d'une compétence attendue d'un élève de première. Une telle méconnaissance empêche ces candidats d'adopter l'attitude professionnelle que l'épreuve est censée juger.

- *Écrire un algorithme*

  28 % des candidats ont su écrire l'algorithme demandé dans la question A.V.1. du problème 1 ; 27 % ont fourni une réponse erronée ou incomplète ; 45 % n'ont pas abordé la question, ce dernier taux étant identique à celui recensé pour la même compétence en 2015. Trop peu nombreux sont les candidats qui savent ensuite programmer l'algorithme sur leur calculatrice pour fournir la réponse attendue à la question A.V.2. du problème 1.
- *Modifier un algorithme*

  22 % des candidats ont su modifier l'algorithme proposé dans la partie A.III. du problème 2 pour répondre à la question A.III.2. de ce problème ; 49 % ont fourni une réponse erronée ou incomplète ; 29 % n'ont pas abordé la question. Comme en 2015, on a pu relever des erreurs fréquentes lors de l'initialisation des variables, les compteurs sont rarement traités correctement, avec une place souvent fort aléatoire. Par ailleurs, le tirage au sort d'une nouvelle boule a été fréquemment placé en dehors de la boucle.
- *Rédiger un raisonnement par récurrence*

  35 % des candidats ont rédigé correctement au moins un raisonnement par récurrence – question B.I.3.b (question de cours) ou question B.II.4.a. ou encore question B.IV.3. du problème 2 – ; 18 % montrent une maîtrise insuffisante d'un tel raisonnement ; 47 % des candidats n'ont pas abordé ces questions. Trop fréquemment, le raisonnement par récurrence n'est pas initialisé au bon rang. Par ailleurs, une fois l'hérédité prouvée, les candidats omettent généralement de conclure, et s'ils concluent, ce n'est que rarement quantifié et sans tenir compte du rang de l'initialisation.
- *Restituer une question de cours*

  20 % des candidats ont présenté correctement la question de cours demandée dans la question B.I.3. du problème 2, question relative aux probabilités conditionnelles ; 50 % l'ont traitée de façon incorrecte ou incomplète ; 30 % n'ont pas abordé la question.

Dans l'ensemble des copies, des compétences ont été régulièrement manifestées. Les outils probabilistes des programmes du lycée sont mis en œuvre avec pertinence – établir un arbre pondéré, déterminer une loi de probabilité, calculer une espérance –, l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev est relativement connue, les suites arithmético-géométriques sont manipulées avec aisance, la solution attendue pour le problème de Cauchy est correctement exhibée. Compréhension et interprétation d'un algorithme sont également des compétences régulièrement repérées.

On peut cependant regretter que la question de cours figurant dans le problème 2 ait rarement été bien traitée, la condition d'existence des probabilités conditionnelles étant généralement omise. On note des confusions fréquentes entre expérience aléatoire et événement, événement et variable aléatoire, événement et probabilité. Si la formule des probabilités totales semble connue, elle est appliquée de façon implicite ; la mise en place d'un système complet d'événements est généralement omise. L'interprétation de l'espérance demandée dans la partie A du problème 2 s'est avérée souvent farfelue, très fréquemment erronée, ou peu explicitée en fonction de l'expérience aléatoire en jeu, la notion même de moyenne ne semblant pas parfaitement acquise.

On peut aussi s'étonner de la difficulté pour nombre de candidats d'exhiber l'équation réduite de la droite $D_k$ dans la partie A du problème 1, avec une formalisation souvent incorrecte.

Dans les conduites de calculs, on note une maîtrise trop sommaire des quantificateurs, voire une absence de quantificateurs, et des problèmes récurrents dans la gestion des indices, notamment lorsque des changements sont à opérer dans les sommes : on ne peut se satisfaire, dans une conclusion, des premier et dernier termes séparés par des pointillés.

Par ailleurs, dans le problème 1, les candidats concluent souvent à une égalité avec des valeurs approchées, quand d'autres semblent composer sans disposer d'une calculatrice. Dans le problème 2, les calculs un peu longs sont rarement menés à leur terme.
De façon générale, les candidats vérifient trop rarement les hypothèses avant d'appliquer une propriété et si les calculs de limites sont relativement bien réussis, à l'exception de la limite de $(1-0,12/n)^n$ en $+\infty$ – expression trop souvent traitée comme le terme général d'une suite géométrique –, en revanche l'existence de ces limites est très mal justifiée, voire pas du tout évoquée. Lorsqu'il est mentionné, le critère de convergence d'une suite géométrique s'énonce de façon quasi-systématique avec la seule comparaison à 1 de la raison.
Des démonstrations attendues dans le cas général sont fréquemment conduites dans des cas particuliers.
Enfin, la compétence *communiquer* ne se résume pas à « s'exprimer avec clarté et précision à l'oral et à l'écrit ». Le candidat doit veiller à communiquer ce qu'il a fait, ce qu'il fait, ce qu'il va faire, dans quel but… autant dans la conduite d'un calcul que d'un raisonnement.

La réussite aux **épreuves écrites** nécessite que la préparation des candidats prenne en compte les éléments suivants :

- maîtriser et énoncer avec précision, lorsqu'elles sont utilisées, les connaissances mathématiques de base, indispensables à la prise de recul sur les notions enseignées ;
- rédiger clairement et de manière rigoureuse une démonstration simple, qui sera une composante essentielle du métier de professeur de mathématiques ;
- exposer avec toute la précision voulue, en mentionnant clairement les étapes successives, les raisonnements, plus particulièrement ceux qui relèvent du collège ou du lycée.

On rappelle aussi l'importance du respect des notations, de la nécessité de conclure une argumentation, mais aussi l'intérêt de la lisibilité d'une copie.

## 3.2 Épreuves orales

Les épreuves orales visent à apprécier les qualités des candidats en vue d'exercer le métier d'enseignant. Ainsi, il s'agit non seulement de faire la preuve de ses compétences mathématiques, mais également de montrer sa capacité à les faire partager, à en illustrer la portée par des exemples bien choisis et, plus généralement, à susciter l'intérêt des élèves pour la démarche scientifique.

Compte tenu de la complexité du métier d'enseignant, les attentes du jury sont multiples et l'évaluation des candidats prend en compte des critères nombreux et variés. Une certaine connaissance des programmes, une bonne gestion du temps, la maîtrise des médias de communication, une élocution claire, un niveau de langue adapté et une attitude d'écoute sont des atouts essentiels. Le niveau mathématique et les qualités de communication, qui ne peuvent être considérés séparément, jouent un rôle déterminant dans la note attribuée. Lors de l'évaluation de ces épreuves orales, le jury est plus particulièrement attentif aux critères suivants :

- Maîtrise (compétences mathématiques)
- Organisation et clarté (compétences pédagogiques)
- Pertinence-Niveau (compétences mathématiques et pédagogiques)
- Réactivité (compétences mathématiques et professionnelles)

Les recommandations formulées dans les rapports du jury des dernières sessions demeurent largement valables. Comme pour tout concours, une préparation soigneuse de chacune des épreuves en amont de celles-ci est indispensable et reste le meilleur gage de réussite.

### 3.2.1 Épreuve de mise en situation professionnelle

La première épreuve orale d'admission est l'épreuve de mise en situation professionnelle : le candidat choisit un sujet, parmi deux qu'il tire au sort. L'épreuve commence par l'exposé du plan (vingt minutes), suivi du développement par le candidat d'une partie de ce plan choisie par le jury puis d'un entretien.
Les attentes du jury sont précisément en accord avec le texte de l'arrêté définissant l'épreuve. On cherche à évaluer la capacité du candidat à maîtriser et à organiser les notions correspondant au thème proposé par le sujet, à les exposer avec clarté dans un langage adapté, puis à prêter aux questions posées par le jury toute l'attention souhaitable et enfin à répondre à ces questions de façon convaincante et avec une bonne aisance. La posture adoptée par le candidat doit exclure l'arrogance, la provocation et l'impatience. Une très bonne maîtrise de la langue française est attendue. Les éléments qui viennent d'être évoqués entrent pour une part importante dans l'évaluation.
Le niveau auquel se situe l'exposé reste au choix du candidat qui n'a pas à adapter le contenu au programme de telle ou telle classe. La forme de l'exposé est elle aussi laissée au libre choix du candidat : les présentations intégralement écrites aux tableaux, à l'aide d'un diaporama vidéo-projeté ou alternant entre les deux sont également appréciées par le jury. Ajoutons qu'il n'y a pas de contraintes sur l'utilisation du tableau, le candidat a toute liberté de l'exploiter à bon escient pour montrer ses capacités à exposer avec clarté et à susciter l'intérêt de l'auditoire.
Le plan doit être préparé avec soin : le jury est particulièrement attentif à la rigueur des énoncés mathématiques cités par le candidat et à la structure logique du déroulement de ce plan ; il apprécie les illustrations par des exemples ou des utilisations de logiciels. L'utilisation des livres numériques est possible, mais le candidat doit faire preuve d'un minimum d'esprit critique et de détachement vis-à-vis de ces ressources : le plan ne doit pas consister en une suite de copier-coller plus ou moins ordonnés de pages de manuels. D'autre part, il convient de prévoir des possibilités de développement dans le plan présenté : certains candidats admettent tous les énoncés de leur plan et ne présentent aucun exemple ou exercice, ce qui les met en difficulté lors du choix du développement par le jury. À ce propos, signalons à toutes fins utiles que le jury s'attend à ce que le candidat soit capable de démontrer un résultat constituant l'objet central d'une leçon, que cette démonstration figure ou non dans les programmes des classes sur lesquels il est rappelé que le programme du concours ne fait que s'appuyer. Enfin, il est attendu du candidat une attitude professionnelle : il convient de se détacher de ses notes, de s'exprimer distinctement et avec un niveau de langage adapté, en s'adressant au jury et non pas au tableau et de gérer ce dernier de façon appropriée. D'une manière générale, le jury a apprécié l'utilisation des logiciels, maîtrisés par une majorité de candidats. Signalons tout de même que geogebra est un logiciel de géométrie *dynamique* et qu'il est bien souvent utilisé de manière trop statique.

### 3.2.2 Épreuve sur dossier

La deuxième épreuve d'admission est l'épreuve sur dossier : elle s'appuie sur un dossier fourni par le jury portant sur un thème des programmes de mathématiques du collège, du lycée ou des sections de techniciens supérieurs. Ce thème est illustré par un exercice qui peut être complété par des productions d'élèves, des extraits des programmes officiels, des documents ressources ou des manuels. L'épreuve commence par l'exposé des réponses aux questions (trente minutes), comprenant la présentation motivée d'exercices sur le thème du dossier, suivi d'un entretien.
Ici encore, les attentes du jury sont en accord avec le texte de l'arrêté définissant l'épreuve. On cherche à évaluer la capacité du candidat à engager une réflexion pédagogique pertinente et à communiquer efficacement. Le jury s'attend notamment à ce que le candidat connaisse et sache

manifester les compétences attendues des enseignants. La posture adoptée par le candidat doit exclure l'arrogance, la provocation et l'impatience. Une très bonne maîtrise de la langue française est attendue. Les éléments qui viennent d'être évoqués entrent pour une part importante dans l'évaluation.
Les analyses des productions d'élèves sont parfois trop succinctes, mais le jury a pu apprécier par exemple l'étude des compétences mobilisées, l'analyse des erreurs commises ainsi que les recherches d'explication à ces erreurs, les remédiations possibles ou les conseils à donner aux élèves.
Il est à noter qu'il est parfois demandé au candidat de corriger tout ou partie de l'exercice « comme devant une classe » : il convient donc de s'exprimer clairement en s'adressant au jury, avec rigueur et précision et de penser à la trace écrite de cette correction. Il est également demandé au candidat de présenter un choix d'exercices en rapport avec le thème du dossier, en exposant les motivations de ce choix. Si les exercices proposés sont souvent pertinents, le jury regrette le manque de recul des candidats vis-à-vis des manuels utilisés : les modifications d'énoncés, par exemple en les présentant sous forme « fermée » puis « ouverte », sont appréciées ; le jury déplore aussi souvent l'absence de connaissances pédagogiques ou didactiques pouvant motiver le choix des exercices. L'entretien se termine par un temps d'échange avec le candidat sur les missions du professeur, le contexte d'exercice du métier et les valeurs qui le portent, dont celles de la République. À titre d'exemple, voici la liste des thèmes proposés cette année ainsi que quelques questions posées.

- **Lutte contre le décrochage scolaire :** vous constatez chez l'un de vos élèves des absences perlées. Comment réagissez-vous ?
- **Le numérique éducatif :** quels usages peut-on envisager du numérique à l'école ? Quels en sont les atouts et les éventuels gains ?
- **Les procédures disciplinaires :** un élève est particulièrement dissipé, ne fait pas son travail et réagit de façon déplacée à une remarque du professeur. Quelles dispositions prenez-vous ?
- **Scolarisation des élèves en situation de handicap :** vous avez en classe un élève malvoyant. Que pouvez-vous faire pour lui faciliter sa vie de lycéen ?
- **Relations école-parents :** lors d'une réunion de parents à l'issue du premier trimestre seuls quatre parents se présentent devant vous. Qu'envisagez-vous ?
- **L'évaluation des élèves :** suite à la correction des copies d'une évaluation, vous constatez que les résultats sont inhabituellement très faibles. Qu'envisagez-vous ?
- **Les déterminismes sociaux :** les élèves issus des milieux socioprofessionnels défavorisés choisissent très peu la première scientifique à l'issue de la seconde. Qu'en pensez-vous et que proposez-vous ?
- **Prévention des conduites à risque :** vous constatez qu'une élève a des problèmes de concentration de plus en plus fréquemment et qu'elle a les yeux rouges. Visiblement, elle consomme des substances illicites. Que pouvez-vous faire pour l'aider ?
- **Différenciation pédagogique au collège :** vous êtes nommé en collège. Vous avez une classe de niveau moyen et un groupe de 6 à 8 élèves très faibles, qui ont accumulé des lacunes importantes depuis plusieurs années. Que pouvez-vous mettre en place pour gérer au mieux cette situation ?
- **Le conseil école-collège :** vous êtes professeur principal d'une classe de sixième. Votre chef d'établissement vous demande de participer au conseil école-collège. Comment vous y préparez-vous ?
- **Le travail en équipes des enseignants :** vous êtes nommé dans un établissement, avec quelles équipes pouvez-vous envisager de travailler, pour faire quoi et avec quels objectifs ?

# Avenir du concours

Lors de la conférence de presse donnée à l'occasion de la rentrée 2015, la ministre de l'Éducation Nationale, de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche a annoncé la création d'une option « informatique » au CAPES de mathématiques. Mise en place dans le cadre du renforcement de l'attractivité du concours, cette mesure prendra effet lors de la session 2017.
Les candidats auront le choix entre deux options, Mathématiques ou Informatique. Ce choix est effectué au moment de l'inscription aux concours. Il conditionne la première épreuve écrite et la première épreuve orale. Un sujet zéro pour la première épreuve écrite pour l'option informatique est disponible sur le site du jury. Les listes des leçons pour la première épreuve orale sont disponibles ci-dessous.

D'autre part, le format des épreuves a été modifié par l'arrêté MENH1524038A du 2 novembre 2015, publié au journal officiel du 8 décembre 2015. En particulier, lors de l'épreuve sur dossier, **le temps d'exposition des réponses aux questions par le candidat sera de 20 minutes à partir de la session 2017 et non plus de 30 minutes**.

## Option Mathématiques

*L'ensemble de l'épreuve s'inscrit dans le cadre des programmes de mathématiques du collège et des différentes séries du lycée général et technologique. La capacité du candidat à illustrer le sujet par des exemples sera valorisée.*

1. Expérience aléatoire, probabilité, probabilité conditionnelle.
2. Variables aléatoires discrètes.
3. Loi binomiale.
4. Variables aléatoires réelles à densité.
5. Représentation et interprétation de données. Outils statistiques.
6. Intervalles de fluctuation, intervalles de confiance. Applications.
7. Arithmétique des nombres entiers.
8. Forme trigonométrique d'un nombre complexe. Applications.
9. Trigonométrie. Applications.
10. Géométrie vectorielle dans le plan et dans l'espace.
11. Repérage dans le plan, dans l'espace, sur une sphère.
12. Droites dans le plan. Droites et plans dans l'espace.
13. Transformations du plan. Frises et pavages.
14. Relations métriques et angulaires dans le triangle.
15. Solides de l'espace et volumes.
16. Périmètres, aires, volumes.
17. Produit scalaire.
18. Proportionnalité et géométrie.
19. Problèmes de constructions géométriques.
20. Problèmes d'alignement, de parallélisme ou d'intersection.
21. Proportionnalité et linéarité. Applications.
22. Systèmes d'équations et systèmes d'inéquations. Exemples de résolution.
23. Problèmes conduisant à une modélisation par des équations ou des inéquations.
24. Résolution de problèmes à l'aide de graphes orientés ou non orientés.
25. Problèmes conduisant à une modélisation par des matrices.

26. Exemples d'algorithmes.
27. Différents types de raisonnement en mathématiques.
28. Applications des mathématiques à d'autres disciplines.
29. Fonctions polynômes du second degré. Équations et inéquations du second degré. Applications.
30. Suites numériques. Limites.
31. Problèmes conduisant à une modélisation par des suites.
32. Limite d'une fonction réelle de variable réelle.
33. Théorème des valeurs intermédiaires. Applications.
34. Nombre dérivé. Fonction dérivée. Applications.
35. Fonctions exponentielle et logarithme. Applications.
36. Intégrales, primitives.
37. Exemples de calculs d'intégrales (méthodes exactes ou approchées).
38. Problèmes conduisant à une modélisation par des fonctions.

## Option Informatique

*Les questions d'oral proposées ci-dessous concernent la première épreuve, dite de « leçon ». Elles s'appuient sur les programmes scolaires suivants :*

- *le thème E (algorithmique et programmation) du programme de cycle 4 ;*
- *le programme d'algorithmique de la classe de Seconde (et suivantes);*
- *le programme de l'enseignement de spécialité ISN (classes terminales S) ;*
- *le programme d'algorithmique appliquée du BTS SIO.*

*Les exemples traités doivent se placer dans une perspective didactique correspondant aux programmes précités. En particulier, l'activité de programmation reste au service de l'acquisition de compétences par les élèves. Cependant, le candidat doit pouvoir traiter ces questions avec le recul correspondant au niveau M1 du cycle Master.*

1. Logique booléenne et instructions conditionnelles : principes et exemples. Applications.
2. Boucles : principes et exemples.
3. Récursivité : principes et exemples.
4. Exemples d'algorithmes de recherche dans un tableau ou une liste.
5. Exemples d'algorithmes opérant sur des chaînes de caractères.
6. Exemples de structures de données linéaires implémentées avec des tableaux ou des listes. Applications.
7. Exemples d'algorithmes opérant sur un arbre. Applications.
8. Exemples d'algorithmes opérant sur un graphe. Applications.
9. Exemples d'algorithmes de tri. Comparaison.
10. Exemples illustrant l'utilisation de différentes méthodes de résolution de problèmes algorithmiques.
11. Exemples illustrant l'utilisation de différentes familles de langages de programmation.
12. Exemples de détermination de la complexité (en temps et dans le pire des cas) d'un algorithme.
13. Exemples de démarches et de raisonnements prouvant la terminaison et la correction d'un algorithme.
14. Représentation binaire des nombres : formats, exemples d'applications.
15. Organisation et utilisation des fichiers, exemples d'algorithmes de gestion.
16. Programmation événementielle : principe et applications.
17. Codage et traitement numérique des couleurs.

18. Exemples d’activités manipulant des images bitmap.
19. Exemples d’activités manipulant des objets géométriques : jeux vidéo ou simulations.
20. Exemples d’activités relevant de l’optimisation combinatoire.
21. Exemples d’activités relevant du traitement automatique des textes.
22. Exemples d’activités autour de l’internet : structure, indexation et partage des données, sécurité.
23. Modélisation et utilisation de l’informatique en sciences humaines, économiques et sociales.
24. Modélisation et utilisation de l’informatique en sciences de la vie et de la Terre.
25. Modélisation et utilisation de l’informatique en physique ou en chimie.
26. Problèmes de mathématiques du cycle 4 pouvant être résolus de manière algorithmique.
27. Problèmes de mathématiques du lycée pouvant être résolus de manière algorithmique.
28. Exemples d’algorithmes agissant sur des matrices.
29. Exemples d’algorithmes de chiffrement et de déchiffrement.
30. Exemples d’algorithmes utilisant un générateur de nombres aléatoires.

# ANNEXE : Ressources diverses

Les sujets des épreuves écrites sont disponibles sur le serveur SIAC2.

La liste des sujets de l’épreuve de mise en situation professionnelle est publiée chaque année, bien avant la tenue des épreuves. Cette liste est disponible sur le site du concours, dans la rubrique épreuves orales, puis dans la rubrique archives.

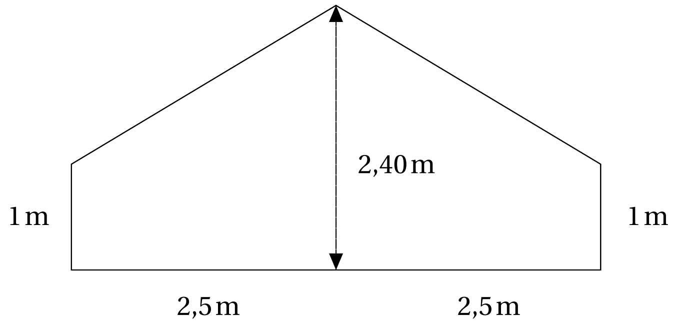
Les sujets de l’épreuve sur dossier ne sont publiés sur le site du concours qu’après la session, en page d’accueil, puis dans la rubrique archives du concours.

Pendant le temps de préparation de chaque épreuve, les candidats ont à leur disposition des ressources numériques de diverses natures : textes réglementaires, ressources d’accompagnement des programmes, logiciels, manuels numériques. On trouvera la liste de toutes ces ressources sur le site du concours, rubrique des épreuves orales.

**Thème : géométrie plane**

## L'exercice

Un studio sous les toits est mis en location dans une agence immobilière. Au sol, ce studio est un rectangle de 6 m de longueur et 5 m de largeur.
La coupe transversale de ce studio est donnée ci-dessous :




Pour le calcul du loyer, une loi, appelée loi Carrez, détermine la superficie au sol habitable en ne prenant en compte que l'aire des pièces dont la hauteur sous plafond est supérieure ou égale à 1,80 m. Calculer, en m$^2$, la « superficie loi Carrez » de ce studio.

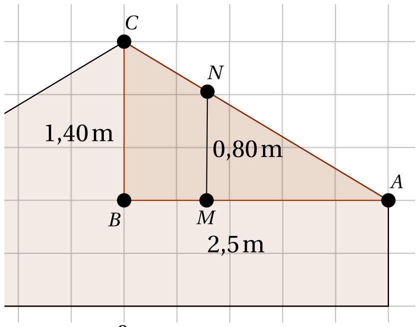
## Les réponses de deux élèves de troisième

***Élève 1***

*Comme* 1,80 m *c'est les* $\frac{3}{4}$ *de* 2,40 m, *je calcule les* $\frac{3}{4}$ *de* 2,50 m *grâce à la propriété de proportionnalité des longueurs. On a donc* $2{,}5 \times \frac{3}{4} = 1{,}875$ m.
*On doit donc se placer à* 1,875 m *du mur de* 1 m *pour avoir* 1,80 m *sous le plafond. Il reste donc en largeur :* $5 - 2 \times 1{,}875 = 1{,}25$ m.
*La superficie « loi Carrez » est donc :* $1{,}25 \times 6 = 7{,}50$ m$^2$.

***Élève 2***

*Je me place dans le triangle* $ABC$.
$\tan \widehat{BAC} = \frac{1{,}4}{2{,}5} = 0{,}56$. *Donc* $\widehat{BAC} = 29{,}2°$.
*On obtient alors* $\tan \widehat{BAC} = \frac{MN}{AM}$.
*Donc* $AM = \frac{0{,}8}{\tan 29{,}2°} \approx 1{,}43$ m.




*La superficie « loi Carrez » du studio est donc :* $6 \times (5 - 1{,}43) = 21{,}42$ m$^2$.

## Le travail à exposer devant le jury

1 – Analysez les productions de ces deux élèves en mettant en évidence leurs réussites, les compétences développées par chacun et leurs éventuelles erreurs.

2 – Présentez une correction de l'exercice telle que vous l'exposeriez devant une classe de troisième.

3 – Proposez deux ou trois exercices sur le thème *géométrie plane*. Vous motiverez vos choix en indiquant les compétences que vous cherchez à développer chez les élèves.

## Thème : probabilités

### L'exercice

Arnaud et Bernard jouent à un jeu de dé. Le jeu consiste pour chacun d'eux à choisir un nombre compris entre 3 et 18, puis chaque joueur lance trois dés cubiques équilibrés et calcule la somme des nombres portés par les trois faces supérieures.
Arnaud choisit le nombre 9, Bernard le nombre 10. Qui a le plus de chances de gagner ?

### Les réponses de trois élèves de seconde

***Élève 1***

*Pour avoir un total égal à 9, on peut avoir : 6+2+1 ou 5+3+1 ou 5+2+2 ou 4+4+1 ou 4+3+2 ou 3+3+3.*
*Pour avoir un total égal à 10, on peut avoir : 6+3+1 ou 6+2+2 ou 5+4+1 ou 5+3+2 ou 4+4+2 ou 4+3+3.*
*Il y a donc autant de possibilités de faire 9 que de faire 10, je pense qu'Arnaud et Bernard ont autant de chances de gagner.*

***Élève 2***

*J'ai utilisé un tableur pour faire 100 lancers, avec la fonction ALEA.ENTRE.BORNES(1 ; 6).*

| | A | B | C | D | E | F |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | dé 1 | dé 2 | dé 3 | somme | | |
| 2 | 6 | 1 | 5 | 12 | | |
| 3 | 5 | 3 | 6 | 14 | | |
| 4 | 4 | 2 | 6 | 12 | les 9 | 13 |
| 5 | 6 | 4 | 1 | 11 | les 10 | 19 |
| 6 | 2 | 3 | 5 | 10 | | |

*Sur cet exemple j'ai obtenu le 10 plus souvent que le 9, mais en recommençant plusieurs fois 100 lancers, j'ai obtenu parfois le 9 plus souvent que le 10, et parfois égalité. Je pense donc qu'Arnaud et Bernard ont autant de chances de gagner.*

***Élève 3***

*Avec ma calculatrice j'ai tapé l'algorithme ci-contre :*
*N doit contenir le nombre de 9, D le nombre de 10. Quand j'exécute le programme, il me donne toujours beaucoup plus de 10 que de 9. Je pense que c'est Bernard qui a le plus de chances de gagner, mais je trouve étrange qu'il y ait un tel écart entre les 10 et les 9.*

$N$ prend la valeur 0
$D$ prend la valeur 0
**pour** *I variant de* 1 *à* 100 **faire**
  Choisir un entier R au hasard
   entre 1 et 6.
  Affecter à $S$ la valeur $3R$
  **si** $S = 9$ **alors**
   $N$ prend la valeur $N+1$
  **sinon**
   $D$ prend la valeur $D+1$
  **fin**
**fin**
Afficher $N,D$

### Le travail à exposer devant le jury

1 – Analysez les productions des élèves en mettant en évidence les compétences acquises et les difficultés rencontrées par chacun d'eux.

2 – Présentez une correction de cet exercice telle que vous l'exposeriez devant une classe de seconde, en vous appuyant sur les productions des élèves.

3 – Proposez deux exercices sur le thème *probabilités* à des niveaux de classe différents. Vous motiverez vos choix en précisant les objectifs pédagogiques visés par chacun de ces exercices.

## Thème : géométrie dans l'espace

### L'exercice

L'espace est rapporté à un repère $(O\,;\vec{i}\,,\vec{j}\,,\vec{k})$. Dans ce repère, on définit les quatre points $A(1;2;3)$, $B(2;-1;0)$, $C(0;-3;1)$ et $D(-1;0;2)$. Les droites $(AB)$ et $(CD)$ sont-elles sécantes ?

### Les réponses de trois élèves de terminale S

***Élève 1***

*Je détermine les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$, vecteur directeur de la droite $(AB)$ et les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{CD}$, vecteur directeur de la droite $(CD)$.*

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\-3\\-3\end{pmatrix} \qquad \overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}-1\\3\\1\end{pmatrix}$$

*Les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ ne sont pas proportionnelles donc ces vecteurs ne sont pas colinéaires. On en déduit que les droites $(AB)$ et $(CD)$ ne sont pas parallèles. Alors les droites $(AB)$ et $(CD)$ sont sécantes.*

***Élève 2***

*J'ai utilisé un logiciel de géométrie dans l'espace.*
*J'ai entré les coordonnées des points A, B, C et D puis j'ai tracé le plan $ABC$.*
*Son équation est $9x-5y+8z=23$.*
*Donc, je peux dire que D n'appartient pas au plan $ABC$.*

***Élève 3***

*J'écris une équation paramétrique de chacune des deux droites :*

$$(AB)\left\{\begin{array}{lcl} x &=& 1+t\\ y &=& 2-3t\\ z &=& 3-3t\end{array}\right. \quad t\in\mathbf{R} \qquad (CD)\left\{\begin{array}{lcl} x &=& -t'\\ y &=& -3+3t'\\ z &=& 1+t'\end{array}\right. \quad t'\in\mathbf{R}$$

*$M(x;y;z)$ est un point d'intersection des deux droites si et seulement si ses coordonnées vérifient les deux équations. On obtient un système :*

$$\left\{\begin{array}{rcl} 1+t &=& -t'\\ 2-3t &=& -3+3t'\\ 3-3t &=& 1+t'\end{array}\right.$$

*Dans la première équation on a $t'=-1-t$ et en remplaçant dans la troisième, on obtient $3-3t=1-1-t$ ce qui donne $t=\dfrac{3}{2}$ et donc ensuite $t'=-\dfrac{5}{2}$. On peut maintenant calculer les coordonnées de $M$ par exemple à partir de $(AB)$ et on trouve $M\left(\dfrac{5}{2};-\dfrac{5}{2};-\dfrac{3}{2}\right)$. Les droites $(AB)$ et $(CD)$ sont donc sécantes en $M$.*

### Le travail à exposer devant le jury

1 – Analysez les productions de ces trois élèves en mettant en évidence les compétences mobilisées ainsi que les erreurs éventuelles.

2 – En vous appuyant sur les productions des élèves, présentez la correction de cet exercice telle que vous l'exposeriez devant une classe de terminale S.

3 – En motivant vos choix, proposez deux ou trois exercices sur le thème de la *géométrie dans l'espace*.

**Thème : suites**

## L'exercice

On considère la suite $(u_n)$ définie de la manière suivante :

$$u_0 = 7 \text{ et, pour tout entier naturel } n,\ u_{n+1} = 10u_n - 18.$$

Déterminer, pour tout entier naturel $n$, l'expression de $u_n$ en fonction de $n$.

## Les démarches de deux élèves de terminale S

***Élève 1***

*Je calcule les premiers termes de la suite :*

$$u_1 = 10 \times 1 - 18 = -8$$
$$u_2 = 10 \times 2 - 18 = 2$$
$$u_3 = 10 \times 3 - 18 = 12$$
$$u_4 = 10 \times 4 - 18 = 22$$

*Il semble que la suite $(u_n)$ soit arithmétique de raison 10, mais cela ne fonctionne pas avec $u_0$. Pourtant, en posant $f(x) = 10x - 18$, on définit $(u_n)$ à l'aide de la fonction affine $f$ donc la suite devrait être arithmétique.*

***Élève 2***

*Je constate que $u_1 = 52$, $u_2 = 502$, $u_3 = 5002$.*
*Il semble que pour tout entier $n$ sauf 0, $u_n = 500\dots02$ où le nombre de zéros est $n-1$.*
*Preuve : Supposons que $u_n = 500\dots02$ avec $n-1$ zéros entre le 5 et le 2.*
*Alors la multiplication par 10 donne $500\dots020$.*
*En retranchant 18, le 20 se transforme en 02 et donc on a l'écriture finale $500\dots002$ avec un zéro de plus que pour $u_n$. Ainsi, on a bien $u_{n+1} = 500\dots02$ avec $n-1+1$ zéros entre le 5 et le 2, et la propriété est démontrée par récurrence.*

## Le travail à exposer devant le jury

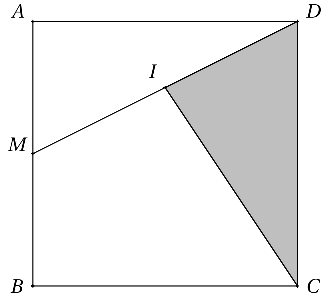
1 – Analysez les productions des élèves en mettant en évidence les compétences acquises et les difficultés rencontrées .

2 – Présentez une correction de cet exercice telle que vous l'exposeriez devant une classe de terminale S.

3 – Proposez deux autres exercices sur le thème *suites*. Vous motiverez vos choix en indiquant les compétences que vous cherchez à développer chez les élèves.

**Thème : conjecture et démonstration**

## L'exercice




$ABCD$ est un carré de côté 5 cm.
$M$ est un point de $[AB]$.
$I$ est le milieu du segment $[DM]$.

Existe-t-il une position du point $M$ pour laquelle l'aire du triangle $DCI$ est minimale ?

## Extrait des programmes de mathématiques de collège

**Préambule pour le collège**

**1.1. Les mathématiques comme discipline de formation générale**

*[...]*
*À travers la résolution de problèmes, la modélisation de quelques situations et l'apprentissage progressif de la démonstration, les élèves prennent conscience petit à petit de ce qu'est une véritable activité mathématique : identifier et formuler un problème, conjecturer un résultat en expérimentant sur des exemples, bâtir une argumentation, contrôler les résultats obtenus en évaluant leur pertinence en fonction du problème étudié, communiquer une recherche, mettre en forme une solution.*

## Le travail à exposer devant le jury

1 – Précisez en quoi l'exercice proposé permet aux élèves de prendre conscience des différentes composantes de l'activité mathématique décrites dans le préambule des programmes de collège.

2 – Présentez une correction de l'exercice telle que vous l'exposeriez devant une classe de quatrième.

3 – En motivant vos choix, proposez trois exercices sur le thème *conjecture et démonstration*, dont un au moins au niveau lycée.

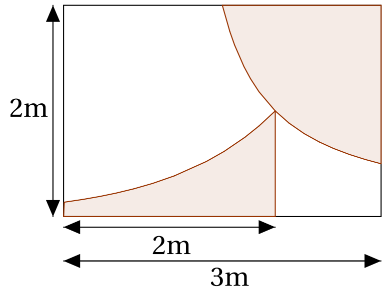
## Thème : grandeurs et mesures

### L'exercice

Léonard désire réaliser une fresque murale pour décorer un mur de sa chambre. Le modèle choisi est schématisé ci-contre.

Le bord supérieur de la partie en bas à gauche est modélisé par la fonction $f$ définie sur l'intervalle $[0\,;\,2]$ par : $f(x) = \mathrm{e}^{x-2}$.

Le bord inférieur de la partie en haut à droite est modélisé par la fonction $g$ définie sur l'intervalle $[1{,}5\,;\,3]$ par : $g(x) = \dfrac{1}{x-1}$.




Il dispose d'un pot de peinture de 0,5 litre dont le pouvoir couvrant est de $5\,\text{m}^2$ par litre.
Ce pot lui suffira-t-il pour réaliser sa fresque ?

### Extrait du document « Les compétences mathématiques au lycée »

*La formation mathématique au lycée général et technologique vise deux objectifs :*

— *l'acquisition de connaissances et de méthodes nécessaires à chaque élève pour construire son avenir personnel, professionnel et citoyen, et préparer la poursuite d'études supérieures ;*

— *le développement de compétences transversales (autonomie, prise d'initiative, adaptabilité, créativité, rigueur...) et de compétences spécifiques aux mathématiques :*

***Chercher**[...], **Modéliser**[...], **Représenter**[...], **Calculer**[...], **Raisonner**[...], **Communiquer**[...].*

***Cadre de mise en œuvre***
*La résolution de problèmes est un cadre privilégié pour développer, mobiliser et combiner plusieurs de ces compétences. Cependant, pour prendre des initiatives, imaginer des pistes de solution et s'y engager sans s'égarer, l'élève doit disposer d'automatismes. En effet, ceux-ci facilitent le travail intellectuel en libérant l'esprit des soucis de mise en œuvre technique et élargissent le champ des démarches susceptibles d'être engagées. L'installation de ces réflexes nécessite la mise en œuvre directe, sur des exercices aux objectifs circonscrits, de procédures de base liées à chacune de ces compétences. Il n'y a pas d'ordre chronologique imposé entre l'entraînement sur des exercices et la résolution de problèmes. Cette dernière peut en effet révéler le besoin de s'exercer sur des tâches simples, d'ordre procédural, et motiver ainsi la nécessité de s'y engager.*

### Le travail à exposer devant le jury

1 – Précisez en quoi un tel exercice répond aux objectifs mentionnés dans le document « Les compétences mathématiques au lycée ».

2 – Présentez une correction de l'exercice telle que vous l'exposeriez devant une classe de terminale S.

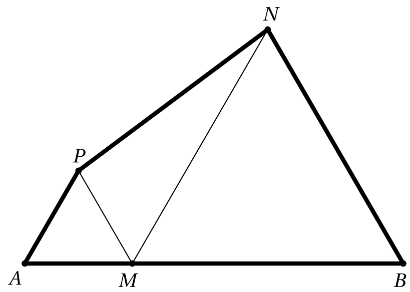
3 – Proposez deux ou trois exercices sur le thème *grandeurs et mesures* à des niveaux de classe différents dont l'un au moins pour des élèves de collège. Vous prendrez soin de motiver vos choix.

**Thème : optimisation**

## L'exercice

Soient un segment $[AB]$ de longueur 10 cm et $M$ un point de $[AB]$ distinct de $A$ et $B$. Du même côté de la droite $(AB)$, on construit deux triangles équilatéraux $AMP$ et $MBN$.

Déterminer la position du point $M$ pour laquelle l'aire du quadrilatère $ABNP$ est minimale.




## Les réponses proposées par deux élèves de première S

***Élève 1***

*En faisant la figure avec un logiciel de géométrie dynamique et en déplaçant le point $M$ sur le segment $[AB]$ on s'aperçoit que la figure est symétrique.*
*Par conséquent, l'aire de $ABNP$ est minimale lorsque $M$ est le milieu de $[AB]$, c'est-à-dire $AM = 5$ cm.*

***Élève 2***

*J'ai fait une figure et j'ai trouvé que les aires de $AMP$ et $MNB$ sont $\dfrac{x^2\sqrt{3}}{4}$ et $\dfrac{(10-x)^2\sqrt{3}}{4}$.*

*En revanche, je ne vois pas comment on peut calculer l'aire de $MPN$ car le triangle n'est pas un triangle particulier... Du coup, je ne vois pas comment on peut faire. Mais je pense que l'aire est minimale si on prend pour $M$ le milieu de $[AB]$. J'ai fait plusieurs essais à la main et c'est pour cette position que j'ai trouvé l'aire minimale.*

## Le travail à exposer devant le jury

1 – Analysez les réponses de chaque élève en mettant en évidence ses réussites et ses erreurs éventuelles. Quels conseils pourriez vous apporter à chacun d'eux ?

2 – Présentez une correction de l'exercice telle que vous l'exposeriez devant une classe de première S.

3 – Proposez deux ou trois exercices sur le thème *optimisation* à des niveaux de classe différents, dont l'un au collège et l'un au lycée. Vous prendrez soin de motiver vos choix.

# Thème : conjecture et démonstration

## L'exercice

Pour tout nombre réel $m$, on considère la fonction $f_m$ définie sur $\mathbf{R}$ par $f_m(x) = 2x^2 + mx + 1$.

Conjecturer la nature de l'ensemble des points formé par les sommets des paraboles représentant les fonctions $f_m$ lorsque $m$ parcourt $\mathbf{R}$, puis vérifier ou infirmer cette conjecture par une démonstration.

## Les solutions proposées par deux élèves de première

***Élève 1***

*J'ai tracé la courbe avec un logiciel de géométrie dynamique, activé la trace du sommet S de la parabole* $(\mathscr{P})$ *et je constate que le sommet S décrit une parabole orientée vers le bas, de sommet* $(0; 1)$ *et qui passe par les points de coordonnées* $(1; -1)$ *et* $(-1; -1)$.
*J'en déduis que je cherche une parabole* $y = ax^2 + bx + c$ *avec*

$$\begin{cases} 1 &= c \\ -1 &= a + b + c \\ -1 &= a - b + c \end{cases}$$

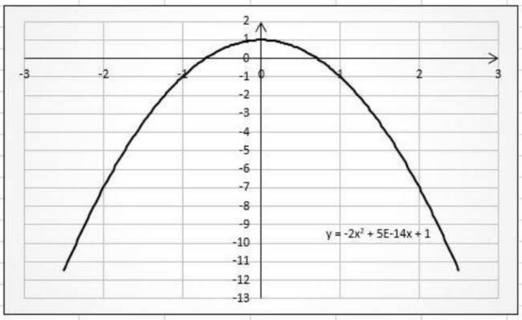
*Après calculs, je trouve que la parabole que décrit S est celle d'équation* $y = -2x^2 + 1$.

***Élève 2***

*Je sais que le sommet S de la parabole* $(\mathscr{P})$ *est en* $-\dfrac{m}{4}$.

*Dans le tableur, j'ai mis en colonne A les valeurs de m entre* $-10$ *et* $10$ *;*
*en colonne B, j'ai mis les valeurs de* $x_S$
*et en colonne C, j'ai mis les valeurs de* $y_S$.
*Puis, j'ai tracé la courbe de* $y_S$ *en fonction de* $x_S$. *J'obtiens une parabole comme le montre le graphique.*

| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| 1 | m | x_S | y_S |
| 2 | -10 | 2,5 | -11,5 |
| 3 | -9,9 | 2,475 | -11,25125 |
| 4 | -9,8 | 2,45 | -11,005 |
| 5 | -9,7 | 2,425 | -10,76125 |
| 6 | -9,6 | 2,4 | -10,52 |
| 7 | -9,5 | 2,375 | -10,28125 |
| 8 | -9,4 | 2,35 | -10,045 |
| 9 | -9,3 | 2,325 | -9,81125 |
| 10 | -9,2 | 2,3 | -9,58 |
| 11 | -9,1 | 2,275 | -9,35125 |
| 12 | -9 | 2,25 | -9,125 |
| 13 | -8,9 | 2,225 | -8,90125 |
| 14 | -8,8 | 2,2 | -8,68 |
| 15 | -8,7 | 2,175 | -8,46125 |
| 16 | -8,6 | 2,15 | -8,245 |
| 17 | -8,5 | 2,125 | -8,03125 |
| 18 | -8,4 | 2,1 | -7,82 |
| 19 | -8,3 | 2,075 | -7,61125 |
| 20 | -8,2 | 2,05 | -7,405 |
| 21 | -8,1 | 2,025 | -7,20125 |
| 22 | -8 | 2 | -7 |
| 23 | -7,9 | 1,975 | -6,80125 |
| 24 | -7,8 | 1,95 | -6,605 |
| 25 | -7,7 | 1,925 | -6,41125 |
| 26 | -7,6 | 1,9 | -6,22 |




*En demandant au tableur l'équation, il me donne :* $y = -2x^2 + 5E - 14x + 1$.

## Le travail à exposer devant le jury

1 – Analysez les compétences mobilisées par chacun des élèves et indiquez les aides qui pourraient leur être apportées.

2 – En vous appuyant sur l'une ou l'autre des productions d'élèves, présentez une correction de l'exercice comme vous l'exposeriez devant une classe de première.

3 – En motivant vos choix, proposez deux exercices sur le thème *conjecture et démonstration* dont l'un au moins peut illustrer l'apport d'un logiciel dans sa résolution.

**Thème : statistiques**

## L'exercice

Voici une série de notes entières de moyenne 12 :

$$10\,;5\,;15\,;13\,;18\,;14\,;15\,;8\,;13\,;6\,;15.$$

Les questions suivantes portent toutes sur cette série initiale.

1. Supprimer une note pour que la moyenne diminue, mais le moins possible.
2. Peut-on augmenter la médiane de 1 en modifiant une seule note ?
3. En modifiant deux notes, peut-on garder la même moyenne et augmenter la médiane de 1 ?
4. En modifiant une note, peut-on garder la même médiane et diminuer la moyenne de 1 ?

## Les réponses de deux groupes d'élèves de troisième

***Groupe 1***

1. *On supprime le 10. La moyenne baisse, c'est* 11,09.
2. *On change la note du milieu : le 14 en 15.*

***Groupe 2***

3. *On remplace les deux 13 par un 12 et un 14.*
4. *Non ce n'est pas possible si on ne change qu'une seule note, mais avec deux notes oui on peut.*

## Le travail à exposer devant le jury

1 – Analysez les productions des groupes d'élèves en mettant en évidence les compétences manifestées et en précisant les erreurs éventuelles.

2 – Présentez une correction de l'exercice telle que vous l'exposeriez devant une classe de troisième.

3 – En motivant vos choix, proposez trois exercices sur le thème *statistiques*, dont l'un au moins au niveau lycée.

## Thème : problème avec prise d'initiative

### L'exercice

Un pépiniériste propose à la vente des plants de mufliers à 5,25 € le plant et des plants de jacinthes à 2,50 € le plant. À la fin de la journée, sa recette est de 338 € et il sait qu'il a vendu au moins 40 plants de chaque sorte.

Déterminer le nombre de plants de chaque sorte qui ont été vendus .

### Les réponses de trois élèves de terminale scientifique, spécialité mathématiques

***Élève 1***

*Je note x le nombre de mufliers et y le nombre de jacinthes.*
*J'ai donc l'équation diophantienne* $5{,}25x + 2{,}50y = 338$.
*J'écris l'algorithme d'Euclide :*

$$5{,}25 = 2{,}50 \times 2 + 0{,}25$$
$$2{,}50 = 0{,}25 \times 10 + 0$$

*J'essaye de résoudre l'équation diophantienne mais je n'arrive pas à appliquer l'égalité de Bézout.*

***Élève 2***

*On a* $5{,}25x + 2{,}50y = 338$ *or* $5{,}25 \times 40 + 2{,}50 \times 40 = 310$.
*Donc* $5{,}25 \times x + 2{,}50 \times y = 28$, *je dois donc résoudre* $21x + 10y = 112$.
*Donc logiquement x doit finir par 2. Le pépiniériste a donc vendu* 42 *mufliers et* 47 *jacinthes.*

***Élève 3***

*On peut trouver le résultat* 42 *et* 47 *grâce à un algorithme.*

*x est le nombre de mufliers*
*y est le nombre de jacinthes*
*x prend la valeur* 40
*y prend la valeur* 40
**tant que** $x \times 5{,}25 + y \times 2{,}50 \neq 338$ **faire**
| *Changer les valeurs de x et y*
**fin**
*Afficher x et y*

### Le travail à exposer devant le jury

1 – Analysez les productions des élèves en étudiant les compétences manifestées et indiquez des aides que vous pourriez leur apporter.

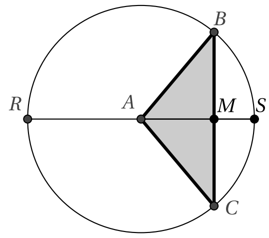
2 – Présentez, en vous appuyant sur les productions d'élèves, une correction de l'exercice telle que vous l'exposeriez devant une classe de terminale scientifique, spécialité mathématiques.

3 – Proposez deux exercices, un au niveau lycée et un au niveau collège, sur le thème *problème avec prise d'initiative*. Vous prendrez soin de motiver vos choix.

## Thème : optimisation

### L'exercice

On considère le cercle $\Gamma$ de diamètre $[RS]$ et de centre $A$ avec $RS = 2$. Pour tout point $M$ de $[AS]$, on trace la perpendiculaire à $(RS)$ passant par $M$ qui coupe le cercle en $B$ et $C$. Existe-t-il une position du point $M$ pour laquelle l'aire du triangle $ABC$ est maximale ?




D'après manuel MATH'$x$ première S, Didier

### Les réponses de trois élèves de première S

***Élève 1***

*On note $x$ la longueur $AM$, on a $BC = 2x$.*
*J'en déduis l'aire du triangle $ABC$ qui vaut* $\dfrac{x \times 2x}{2} = x^2$.
*Donc, l'aire du triangle $ABC$ est maximale lorsque $x^2$ est le plus grand possible, c'est-à-dire lorsque $x = 1$ quand le point $M$ est en $S$.*

***Élève 2***

*Le triangle $AMB$ est rectangle en $M$ donc d'après Pythagore, $AB^2 = AM^2 + MB^2$.*
*donc $MB^2 = AM^2 - AB^2 = x^2 - 1$. J'en déduis que $MB = \sqrt{x^2 - 1}$.*
*Je note $f(x)$ l'aire cherchée, on a :* $f(x) = \dfrac{x\sqrt{x^2-1}}{2}$.
*J'ai tracé la courbe de la fonction sur ma calculatrice, mais cela ne m'a rien donné.*

***Élève 3***

*Je note $\theta = \widehat{MAB}$ et $f(\theta)$ l'aire du triangle ABC.*
*On a :* $f(\theta) = \dfrac{AM.BC}{2} = \dfrac{\cos(\theta).2\sin(\theta)}{2} = \cos(\theta)\sin(\theta)$.
*Comme* $-1 \leqslant \cos(\theta) \leqslant 1$ *et* $-1 \leqslant \sin(\theta) \leqslant 1$, *on a* $f(\theta) \leqslant 2$.
*Il existe donc bien une position du point $M$ pour laquelle l'aire du triangle $ABC$ est maximale, cette aire vaut 2.*

### Le travail à exposer devant le jury

1 – Analysez la démarche de chaque élève en mettant en évidence ses réussites et ses erreurs éventuelles.

2 – Présentez une correction de cet exercice telle que vous l'exposeriez devant une classe de première S.

3 – Proposez deux exercices sur le thème de l'*optimisation*, dont l'un au moins devra illustrer l'apport d'un logiciel dans sa résolution.

**Thème : probabilités**

### L'exercice

On dispose des douze « figures » d'un jeu de cartes : les quatre rois, les quatre dames et les quatre valets.

1. On tire au hasard successivement et avec remise six cartes du jeu. Déterminer combien on peut espérer obtenir de rois en moyenne.
2. On tire maintenant au hasard successivement et avec remise $n$ cartes du jeu. Déterminer la valeur minimale de $n$ pour qu'avec une probabilité supérieure ou égale à 0,99 on obtienne au moins un roi.

### Les réponses de deux élèves de première à la question 1

***Élève 1***

*J'ai écrit un algorithme qui simule l'expérience décrite 1 000 fois :*

```
S prend la valeur 0
pour k variant de 1 à 1000 faire
    pour j variant de 1 à 6 faire
        Affecter à aléa une valeur choisie au hasard parmi 1, 2
          ou 3.
        si aléa = 1 alors
            S prend la valeur S + 1
        fin
    fin
fin
M prend la valeur S/1000
Afficher M
```

*J'ai lancé 3 fois l'algorithme et j'ai trouvé* $2,007$ *;* $1,977$ *et* $1,992$.
*J'en déduis que l'on peut espérer autour de 2 rois.*

***Élève 2***

*Je vais noter $X$ la variable aléatoire qui donne le nombre de rois que j'ai tirés. Comme en cours, il suffit de calculer $E(X) = 6 \times \dfrac{1}{3} = 2$ car on tire 6 cartes et $\dfrac{1}{3}$ est la probabilité d'obtenir un roi quand on pioche une seule carte. On peut donc espérer 2 rois.*

### Le travail à exposer devant le jury

1 – Analysez la production de chaque élève en évaluant la pertinence des démarches de chacun et en mettant en évidence les compétences acquises et les erreurs éventuelles.

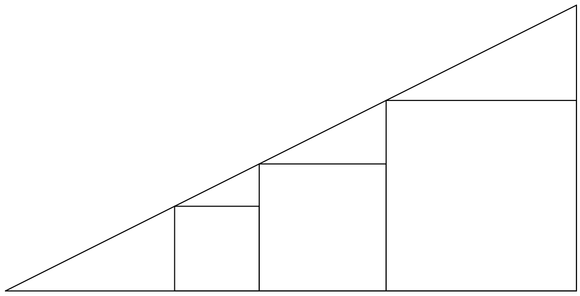
2 – En vous appuyant sur les productions des élèves, présentez une correction des deux questions de l'exercice telle que vous l'exposeriez devant une classe de première.

3 – Proposez deux ou trois exercices sur le thème *probabilités*. Vous motiverez vos choix en précisant les objectifs visés par chacun de ces exercices.

**Thème : géométrie**

## L'exercice

Le côté du plus petit carré mesure 16 cm et celui du plus grand 36 cm.
Combien mesure le côté du carré central ?



*Calendrier mathématique 2016, un défi quotidien*

## Extrait des programmes de mathématiques de collège

**Préambule pour le collège**

*[...]*

**4. Organisation des apprentissages et de l'enseignement**

*[...]*

*Si la résolution de problèmes permet de déboucher sur l'établissement de connaissances nouvelles, elle est également un moyen privilégié d'en élargir le sens et d'en assurer la maîtrise. Pour cela, les situations plus ouvertes, dans lesquelles les élèves doivent solliciter en autonomie les connaissances acquises, jouent un rôle important. Leur traitement nécessite initiative et imagination et peut être réalisé en faisant appel à différentes stratégies qui doivent être explicitées et confrontées, sans nécessairement que soit privilégiée l'une d'entre elles.*

*L'utilisation d'outils logiciels est particulièrement importante et doit être privilégiée chaque fois qu'elle est une aide à l'imagination, à la formulation de conjectures ou au calcul.*

## Le travail à exposer devant le jury

1 – Précisez en quoi l'exercice proposé répond aux objectifs assignés à la résolution de problèmes figurant dans l'extrait de programme ci-dessus.

2 – Présentez au moins deux stratégies différentes de résolution de ce problème.

3 – En motivant vos choix, proposez deux exercices sur le thème *géométrie*, dont un au moins au niveau lycée.

## Thème : problème avec prise d'initiative

### L'exercice

Deux cargos suivent des routes rectilignes et perpendiculaires. Ils avancent à la même vitesse en direction du point de croisement de leurs routes.
Quand le premier est encore à 10 km du point de croisement de leurs routes, l'autre est à 8 km de ce point.
Il y a de la brume et la visibilité n'excède pas 1,3 km !
Pourront-ils se voir à un moment de leurs parcours ?

### Les réponses de trois groupes d'élèves de première

***Groupe 1***

*Nous avons utilisé un logiciel de géométrie dynamique. Nous avons créé un curseur $a$ variant de* 0 *à* 10 *avec un pas de* 0,1*, puis un point $A$ sur l'axe des abscisses de coordonnées* $(10-a\,;0)$ *et un point $B$ sur l'axe des ordonnées de coordonnées* $(0\,;8-a)$. *Nous avons fait afficher la distance $AB$. En déplaçant le curseur, nous avons vu que la distance la plus petite était égale à* 1,41. *Comme elle est plus grande que* 1,3*, les deux cargos ne se verront pas.*

***Groupe 2***

*Nous avons fait une figure à la main et nous avons vu que l'on pouvait utiliser le théorème de Pythagore parce que les trajectoires sont perpendiculaires.*

*Pour faire plus de calculs nous avons utilisé un tableur. Nous avons appelé $B$ le cargo 1 et $C$ le cargo 2 et $A$ le point de croisement de leurs trajectoires. Comme les cargos avancent à la même vitesse, ils parcourent en même temps la même distance.*
*Pour calculer la distance $BC$, nous avons entré la formule "=RACINE(A2^2+B2^2)" que nous avons tirée vers le bas.*

| | *A* | *B* | *C* |
|---|---|---|---|
| *1* | *AB* | *AC* | *BC* |
| *2* | 10 | 8 | 12,806 428 |
| *3* | 9,5 | 7,5 | 12,103 718 |
| *4* | 9 | 7 | 11,401 754 |
| *5* | 8,5 | 6,5 | 10,700 467 |

*En faisant défiler nous avons vu que la distance la plus petite obtenue était environ* 1,414.
*Donc nous pensons que les deux cargos ne pourront pas se voir.*

***Groupe 3***

*On ne connaît pas la vitesse donc on ne peut pas savoir comment ils se croiseront.*

### Le travail à exposer devant le jury

1 – Analysez la production de chaque groupe en mettant en évidence les compétences mobilisées.

2 – En vous appuyant sur les productions des groupes d'élèves, présentez la correction de cet exercice telle que vous l'exposeriez devant une classe de première.

3 – Proposez deux exercices sur le thème *problème avec prise d'initiative* à des niveaux différents. Vous motiverez votre choix.

**Thème : suites**

## L'exercice

On souhaite stériliser une boîte de conserve. Pour cela, on la prend à la température ambiante $T_0 = 25\,°\text{C}$ et on la place dans un four à température constante $T_F = 100\,°\text{C}$. La stérilisation débute dès lors que la température de la boîte est supérieure à 85 °C.

Pour $n$ entier naturel, on note $T_n$ la température en degré Celsius de la boîte au bout de $n$ minutes. Pour $n$ non nul, la valeur $T_n$ est calculée, puis affichée par l'algorithme ci-contre.

$T$ prend la valeur 25
Demander la valeur de $n$.
**pour** $i$ *variant de* 1 *à* $n$ **faire**
| $T$ prend la valeur $0{,}85 \times T + 15$
**fin**
Afficher $T$

1 – Déterminer la température de la boîte de conserve au bout de 3 minutes.

2 – Démontrer que, pour tout entier naturel $n$, on a $T_n = 100 - 75 \times 0{,}85^n$.

3 – Au bout de combien de minutes la stérilisation débute-elle ?

*D'après baccalauréat, série S*

## Les réponses de deux élèves de terminale S à la question 3

**Élève 1**

| | A | B |
|---|---|---|
| 1 | 0 | 15 |
| 2 | 1 | 15,85 |
| 3 | 2 | 16,7 |
| 4 | 3 | 17,55 |
| 5 | 4 | 18,4 |
| 6 | 5 | 19,25 |
| 7 | 6 | 20,1 |
| 8 | 7 | 20,95 |
| 9 | 8 | 21,8 |
| 10 | 9 | 22,65 |
| 11 | 10 | 23,5 |

*En poursuivant, on trouve que la stérilisation commence au bout de 83 minutes.*

**Élève 2**

*On doit résoudre* $100 - 75 \times 0{,}85^n = 85$.
$100 - 75 \times 0{,}85^9 \approx 82{,}6$ *et* $100 - 75 \times 0{,}85^{10} \approx 85{,}2$.
*Donc la stérilisation commence au bout de 10 minutes.*

## Le travail à exposer devant le jury

1 – Analysez la production de chaque élève en mettant en évidence ses réussites et ses erreurs éventuelles.

2 – Présentez une correction de l'exercice telle que vous l'exposeriez devant une classe de terminale S.

3 – En motivant vos choix, proposez deux exercices sur le thème *suites*.

**Thème : géométrie dans l'espace**

## L'exercice

Dans un tétraèdre $ABCD$, $I$, $J$ et $K$ sont respectivement les milieux de $[AB]$, $[BD]$ et $[BC]$.
Les points $E$ et $F$ sont définis par $\overrightarrow{AE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AJ}$ et $\overrightarrow{CF} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CJ}$.
Démontrer que les points $I$, $E$, $F$ et $K$ sont coplanaires.

## Les réponses de trois élèves

***Élève 1***

*Il est clair que* $(B;\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BD},\overrightarrow{BA})$ *est un repère de l'espace. Dans ce repère, on a :* $I(0\,;\,0\,;\,1/2)$, $K(1/2\,;\,0\,;\,0)$, $F(1/3\,;\,1/3\,;\,0)$ *et* $E(0\,;\,1/3\,;\,1/3)$. *J'en déduis :* $\overrightarrow{IE}(0\,;\,1/3\,;\,-1/6)$ *et* $\overrightarrow{FK}(1/6\,;\,-1/3\,;\,0)$.
*Je calcule* $xy'-yx'$ : $0\times\frac{-1}{3}-\frac{1}{3}\times\frac{1}{6}=-\frac{1}{18}$.
$xy'-yx'$ *n'est pas nul, donc* $(IE)$ *et* $(FK)$ *ne sont pas parallèles, elles sont donc sécantes et donc coplanaires.*
$I$, $E$, $F$ *et* $K$ *sont bien coplanaires.*

***Élève 2***

*J'ai tracé une figure. Sur la figure, j'ai tracé* $(IE)$ *et* $(FK)$. *Elles sont sécantes.*

***Élève 3***

$\overrightarrow{IK} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$, *d'après le théorème des milieux.*
$\overrightarrow{FE} = \overrightarrow{FC}+\overrightarrow{CE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{JC}+\overrightarrow{CE}$
$\overrightarrow{FE} = \overrightarrow{FA}+\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{FA}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AJ}$
*Je vois sur la figure que* $\overrightarrow{FE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CA}$, *mais je n'arrive pas à le montrer.*

## Le travail à exposer devant le jury

1 – Analysez les productions de ces trois élèves en mettant en évidence les outils utilisés et les erreurs éventuelles. Quelles aides pouvez-vous leur apporter ?

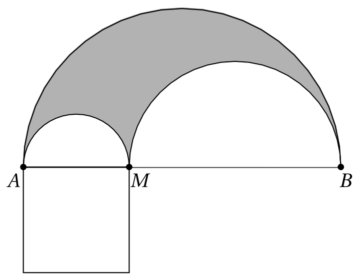
2 – En vous appuyant sur les productions des élèves, présentez une correction telle que vous l'exposeriez devant une classe de terminale scientifique.

3 – Proposez deux exercices sur le thème *géométrie dans l'espace* en précisant les objectifs visés par chacun d'eux.

## Thème : problème se ramenant à une résolution d'équation

### L'exercice

On considère un segment $[AB]$ et on choisit un point $M$ sur ce segment, distinct de $A$ et $B$. Comme sur la figure ci-dessous, on construit un demi-cercle de diamètre $[AB]$, un demi-cercle de diamètre $[AM]$, un demi-cercle de diamètre $[BM]$ d'un côté de la droite $(AB)$ et un carré de côté $AM$ de l'autre côté.




Peut-on choisir le point $M$ de telle sorte que l'aire de la surface grisée soit égale à l'aire du carré ?

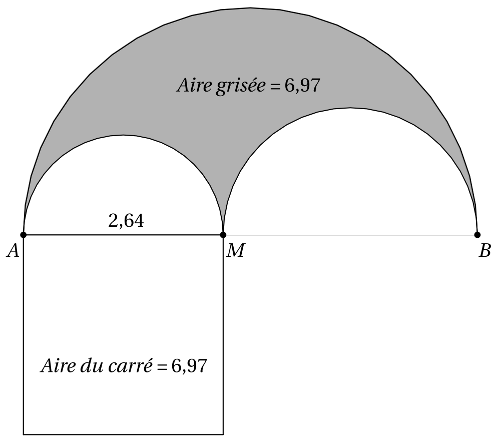
### Les réponses proposées par trois élèves de seconde

***Élève 1***

*Je ne vois pas comment on fait car il n'y a aucune valeur sur la figure.*

***Élève 2***

*J'ai fait la figure avec un logiciel de géométrie dynamique.*
*On peut choisir le point $M$ de telle sorte que l'aire de la surface grisée soit égale à l'aire du carré.*
*Il faut prendre $AM = 2{,}64$*




***Élève 3***

*Je pose $AB = 1$ et $AM = x$*
*Pour que les deux aires soient égales, on doit avoir $\dfrac{\pi}{4}(x - x^2) = x^2$*
*et donc $x = \dfrac{\pi}{\pi + 4}$*

### Le travail à exposer devant le jury

1 – Analysez les réponses des élèves en mettant en évidence leurs réussites et leurs erreurs éventuelles. Vous préciserez les conseils que vous pourriez leur apporter.

2 – Présentez une correction de l'exercice telle que vous l'exposeriez devant une classe de seconde.

3 – Proposez deux exercices sur le thème *problème se ramenant à une résolution d'équation*. Vous prendrez soin de motiver vos choix.

# Thème : problèmes avec prise d'initiative

## L'exercice

Résoudre dans l'ensemble des entiers relatifs l'équation :

$$x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0.$$

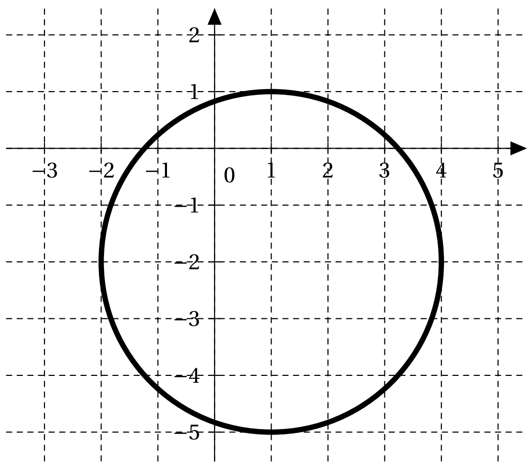
## Les réponses de deux élèves de première S

***Élève 1***

*Dans la barre de saisie du logiciel, j'ai entré l'équation* $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$.

*J'ai réglé et affiché la grille avec un pas de 1 pour faire apparaître les points entiers.*

*J'ai trouvé* $x = 1$ *et* $y = 1$.




***Élève 2***

*J'ai écrit le programme ci-contre :*
*Quand je l'exécute, il affiche toujours :*

$$(-2, -2) \quad (1, -5) \quad (1, 1) \quad (4, -2).$$

*J'en ai déduit que ce sont les solutions de l'équation.*

```
pour i allant de −100 à 100 faire
    pour j allant de −100 à 100 faire
        si i ∗ i + j ∗ j − 2 ∗ i + 4 ∗ j − 4 = 0 alors
            Afficher (i, j)
        fin
    fin
fin
```

## Le travail à exposer devant le jury

1 – Analysez la production de chacun des élèves. Vous préciserez les compétences mises en jeu et indiquerez comment vous pourriez les aider à corriger leurs erreurs éventuelles.

2 – En vous appuyant sur les productions des élèves, présentez une correction de l'exercice telle que vous l'exposeriez devant une classe de première S.

3 – Proposez un exercice au niveau collège et un exercice au niveau lycée sur le thème *problèmes avec prise d'initiative*. Vous prendrez soin de motiver vos choix .