1/ REMARQUES GENERALES :

Le problème proposé, progressif en difficultés et s'intéressant aux longueurs de courbes représentatives de fonctions, a été l'occasion de vérifier des connaissances couvrant divers champs du programme d'analyse de PSI et de classer correctement les candidats.

De nombreuses questions étaient de simples applications du cours et, pour ne pas bloquer les candidats dans leur progression, un certain nombre de résultats était donné, seule la justification était demandée. On attendait alors de l'étudiant qu'il donne des justifications précises conduisant au résultat.
Pour les questions plus délicates, les candidats, futurs ingénieurs, doivent faire preuve d'initiative devant une situation qui peut leur paraître nouvelle.

Les candidats ont pour l'essentiel abordé les cinq parties du problème.
Le niveau faible de certains candidats transparaît souvent dans les questions qu'ils choisissent de traiter. Ainsi, ils auront tendance à privilégier les questions de calcul au détriment des questions qui demandent du raisonnement.
Certains candidats confondent développement en série entière et développement limité, ce qui n'est pas acceptable.

La présentation est en général satisfaisante, à l'exception de certaines copies où :
- l'écriture est peu lisible (il n'est pas très astucieux d'écrire avec une couleur bleue pâle, pénible pour le correcteur), l'utilisation d'un stylo de couleur noire intense est vivement conseillée ;
- la référence précise des questions (avec trois numéros, par exemple II.2.1.) n'est pas toujours indiquée ;
- le blanc correcteur est utilisé de façon abusive, il n'est pas facile de lire une réponse qui a été écrite par-dessus du blanc correcteur lorsque le quadrillage de la page et les restes de ce qui a été recouvert se mélangent à la réponse.

On rappelle que la présentation est un élément important dans l'appréciation de la copie.
Il est indispensable d'utiliser les cinq premières minutes de l'épreuve pour lire attentivement l'intégralité de l'énoncé.
Il est également important de répondre aux questions telles qu'elles sont posées.

De manière générale, les correcteurs ont apprécié les copies bien présentées, où les résultats encadrés apparaissent clairement en fin d'une justification bien construite, complète, avec les hypothèses des théorèmes utilisés rappelées et vérifiées.

Il est assez étonnant de remarquer que beaucoup de candidats savent utiliser leur calculatrice pour du calcul formel (calcul de l'intégrale sur [0,1] de 1/sqrt(1+4*t^2), mais très peu savent l'utiliser pour calculer une valeur approchée de la somme des 5 premiers termes d'une série numérique.
Connaître les fonctions usuelles et en particulier leurs dérivées est indispensable.

Il est assez étonnant de voir utiliser les théorèmes de comparaison pour les séries numériques ou les intégrales généralisées sans se préoccuper du signe des suites ou des fonctions manipulées. Ce genre d'erreur, beaucoup trop fréquent, a été sanctionné par une note nulle à la question correspondante.
Les candidats ayant traité tout le problème sont rares.
Il faut savoir que le « grappillage de points » est assez mal récompensé.

2/ REMARQUES SPECIFIQUES :

Partie I

I-1 Trop de candidats ne répondent pas à la question et se contentent de faire le calcul intégral.
I-2 Les candidats qui échouent sont ceux qui connaissent mal les fonctions circulaires hyperboliques.
Il n'est pas toujours dit que |ch(t)|=ch(t) car ch(t)≥0.
I-3 Beaucoup trop d'erreurs sur une primitive de t→1/sqrt(1-t^2).
Un dessin permettait de se rendre compte qu'on regardait un huitième du périmètre du cercle unité.
I-4 Ce calcul aboutit avec une fréquence trop faible alors qu'il est assez classique et qu'une indication sur une intégration par partie est donnée. Trop de candidats se contentent de recopier, sans le dire, un résultat fourni par une calculatrice. Si vous utilisez la calculatrice, ce qui était autorisé, dîtes-le.

Partie II

II-1 Dans cette question où le changement de variable u = 2t ne permettait pas de conclure, on voit de trop nombreux candidats faire preuve de malhonnêteté intellectuelle, en faisant disparaître dans le calcul les coefficients qui viennent perturber la justesse de leur raisonnement. Il fallait penser à u = 1/t qui en fait repose sur la symétrie du graphe de l'intégrande par rapport à la première bissectrice du repère. Un dessin aurait aidé la plupart à comprendre ce fait géométrique.
II-2 Beaucoup d'erreurs dans le développement en série entière de $(1+u)^{\text{Alpha}}$ ont été relevées.
Par ailleurs, là aussi, on assiste à de véritables tentatives d'escroqueries de trop de candidats : trois égalités non justifiées, avec souvent des erreurs et aboutissant immanquablement à la formule de développement en série entière annoncée par l'énoncé ne peut que faire douter le correcteur sur la probité du rédacteur et donc le rend moins bien disposé pour le reste de la copie.
Pour la décroissance de la suite (a(n)), il est quand même plus naturel d'étudier a(n+1)/a(n) que a(n+1)-a(n).
Il n'est pas toujours justifié que a(n) ≠ 0 avant de calculer a(n+1)/a(n).
Beaucoup d'erreurs ont été faites sur un équivalent de a(n).
Le théorème d'intégration terme à terme devait être justifié pour rapporter la plupart des points concernant cette fin de question, ce qui a été rarement fait.
A ce titre, rappelons qu'une série entière ne converge pas toujours normalement sur son disque de convergence comme le pensent de trop nombreux candidats.
Le calcul d'une valeur approchée de L(f) est très rarement correct.

Partie III

III-1 La conjecture Lambda(n)→2 n'est que trop rarement bien formulée. On n'a pas toujours le dessin attendu et qui aidait pourtant à la formulation de cette conjecture.
Confusion avec l'aire sur certaines copies.
III-2 Les candidats qui abordent cette question ne justifient pas l'inégalité stricte Lambda(n)<2 (ils se contentent de justifier une inégalité large, ce qui n'assure pas la totalité des points de la question correspondante) et se trompent majoritairement sur la limite simple de t→(1/(sqrt(1+n^2t^{2n-2})+nt^{n-1})) où le cas t = 1 doit être distingué du cas t∈[0,1[.
Le théorème de convergence dominée est trop souvent mal utilisé : la domination est une majoration de la valeur absolue de l'intégrande. Que celle-ci, à cause de la positivité de l'intégrande, soit superflue doit être souligné par le candidat.
III-3 Cette question « théorique » n'est quasiment jamais traitée correctement.

Partie IV

IV-1 Cette question, très classique, du moins au départ, est l'occasion pour des étudiants ayant travaillé régulièrement de montrer leur savoir-faire.
La continuité de la fonction sur]0,1] est peu mentionnée : les candidats justifient uniquement la continuité en 0.
Plutôt que de dire que l'intégrale sur [0,1] de sin(t)/t n'a de problème qu'en 0, on préférerait voir écrit que t→sin(t)/t est continue sur]0,1]. Le traitement en 0, se passe généralement bien, sauf pour quelques-uns qui

croient s'en sortir globalement en disant que $|\sin(t)/t| \leq 1/t$, mais hélas pour eux, $t \rightarrow 1/t$ n'est pas intégrable au voisinage de 0 !

Les arguments $|\cos(x)/x| \leq 1/x \rightarrow 0$ et $|\cos(t)/t^2)| \leq 1/t^2$ ne sont pas souvent donnés pour justifier la convergence de l'intégrale sur $[1,+\infty]$ de $\sin(t)/t$ après une intégration par parties. On affirme que $\lim_{x\rightarrow+\infty}(\cos(x)/x)=0$ sans justification ou on écrit que l'intégrale sur $[1,+\infty]$ de $\cos(t)/t^2$ est inférieure à l'intégrale sur $[1,+\infty]$ de $1/t^2$ pour justifier la convergence de l'intégrale sur $[1,+\infty]$ de $\cos(t)/t^2$!

Un minimum de rigueur permettait d'obtenir de nombreux points sur cette question.

IV-2 Peu de candidats s'intéressent à cette question avec pertinence alors qu'il suffit de récapituler des informations déjà vues et de constater que g est, au signe près, une primitive de f. Trop de candidats ne cataloguent pas correctement le problème et croient avoir à faire à une intégrale à paramètre dans l'intégrande nécessitant le théorème de dérivabilité sous le signe $\int$, ce qui donne lieu à des raisonnements étonnants.

IV-3 Là encore, il fallait tenir compte de ce qui précède. Cette question a été rarement traitée de façon correcte.

Partie V

V-1 Trop de candidats ne connaissent pas la définition d'une norme. Le correcteur attend une justification sérieuse de la propriété : $\|f\|>0$ pour $f \neq 0$. Le reste n'est pas très payant.

L'implication $(f(0)=0$ et $f'\equiv0) \Rightarrow f\equiv0$ est souvent mal rédigée,

V-2 La continuité des applications linéaires n'est assurée que dans le cas de la dimension finie. En dimension infinie, il faut travailler au cas par cas et cette application L n'est d'ailleurs pas continue pour $\|\cdot\|_{\infty}$ bien que linéaire, mais elle l'est pour $\|\cdot\|$.