

brève que soit la dissertation par ailleurs, à quatre exigences, amener et citer le sujet, justifier et annoncer le plan du développement, qu'elle n'est pas un raisonnement, et n'admet donc ni argument, ni paragraphe. Le jury a pu apprécier plusieurs séries de copies dans lesquelles la troisième étape introductive, la problématique, faisait voir un effort systématique de mise en place des notions clefs du sujet : il aimerait que ce ne soit plus une exception ; on lit aussi trop de conclusions mécaniquement introduites par «pour conclure», «finalement je pense qu'on peut dire», «nous avons donc vu que....» envahies par une argumentation et des exemples hors de propos, d'autant que ce n'en est pas le lieu, au sens rhétorique du mot, non plus que des ouvertures cosmiques sur divers hors-sujet. Quant aux développements, ils sont souvent gâtés par des liaisons logiques dépourvues de pertinence, «d'ailleurs», «de plus» et «de même», ou mécaniques, notamment la calamiteuse série «d'abord» (celui-ci inaugure une bonne moitié des développements), «ensuite», «enfin» ; de telles approximations et négligences mènent trop fréquemment à l'incohérence des enchaînements, sinon de développements entiers.

Dans bien des copies nourries d'exemples, on peut cette année se satisfaire du travail accompli sur Aristote et, en général, sur Gide. C'est plus douteux pour ce qui est de Beckett, souvent omis ou réduit à peu de chose, ou bizarrement commenté, avec Vladimir et Estragon dans le rôle du couple d'amis vertueux, Pozzo et Lucky chargés d'illustrer l'amitié aristotélicienne «selon l'utile», et les perspectives les plus variées, les plus contradictoires, ou simplement les plus fantaisistes sur l'avenir du sentiment, amitié ou non (là encore les avis se contredisent), unissant ou désunissant les protagonistes. Mêmes spéculations, mêmes doutes et mêmes incohérences s'agissant d'Olivier et Bernard, ou Edouard. Toutes ces élucubrations semblent causées par le parti pris d'ensemble qui consiste à voir dans deux des oeuvres des illustrations ou des exemples de la théorie exposée dans la troisième. Il faut résister à cette tentation, qui, surtout quand un texte théorique puissant et normatif est associé à deux oeuvres plus littéraires et moins exclusivement nourries de la thématique retenue, mène à tous les contresens, les récitation de poncifs, et les hors-sujet.

Les rapports des années 1998 et 1999 rappellent les principes de notation de l'épreuve, avec une netteté qui justifie qu'on y renvoie une nouvelle fois : un nombre significatif de très bonnes copies, dont quelques-unes remarquables, ont confirmé le jury de cette année dans ces principes, et ses attentes. Souhaitons qu'à l'avenir les candidats les satisfassent plus nombreux encore, grâce à une préparation réaliste au concours, c'est-à-dire en s'entraînant d'abord à éviter les fautes de méthode élémentaires, coûteuses dans une épreuve au coefficient si élevé.

Mathématiques

Mathématiques I

Le support de l'épreuve était un très beau problème qui, reprenant des idées dues à S. BERNSTEIN, se proposait de montrer que les fonctions indéfiniment dérivables sur le segment $[-1,1]$ sont exactement les fonctions continues dont l'approximation uniforme à l'espace vectoriel des polynômes de degré inférieur ou égal à n est le terme général d'une suite à décroissance rapide puis de relier les fonctions continues pour lesquelles cette approximation est le terme général d'une suite à décroissance exponentielle aux fonctions analytiques sur le segment $[-1,1]$. Le problème était très progressif. Il comportait un préliminaire qui avait pour but de familiariser les candidats avec les concepts mis en jeu et quatre parties largement indépendantes. La première partie définissait les polynômes de TCHEBYCHEV et étudiait leurs propriétés élémentaires utiles pour la suite. La seconde reprenant les idées dues à T.BANG, se proposait d'utiliser les polynômes de TCHEBYCHEV pour obtenir grâce à l'interpolation de LAGRANGE des inégalités entre les maxima des modules des dérivées d'une fonction polynomiale sur un segment. Les deux dernières étudiaient les objectifs mêmes du problème, selon les propres dires de BERNSTEIN, "de classer des fonctions réelles d'après l'ordre de leur meilleure approximation par des polynômes de degré donnés". Pour ce faire on utilisait le puissant outil des séries de FOURIER en associant à une fonction définie sur le segment $[-1,1]$ la fonction paire 2π -périodique $t \mapsto f(\cos t)$.

Le problème malgré sa longueur a été facile à corriger. De façon générale les questions ont été abordées dans l'ordre où elles se présentaient. Très peu de candidats ont traité sérieusement la partie IV. Si l'on fait exception de l'interpolation de LAGRANGE qui intervenait dans la partie (II,A), les deux premières parties du problème n'utilisaient que des notions abordées en première année voire dans le secondaire. De plus, le thème des polynômes de TCHEBYCHEV ayant été inévitablement abordé au cours d'exercices durant les années de préparation, les candidats n'étaient pas tout à fait en terrain inconnu. Cependant, force est de constater, que le déroulement des questions de la partie (I,A) a quelque peu gêné certains candidats. Par exemple, beaucoup d'entre eux ont établi la question (I,A,1) à l'aide de la formule à trois termes demandée dans la question (I,A,3) ce qui a les conduit à effectuer une récurrence dont l'initialisation constituait une partie de la question (I,A,2).

On constate que malgré les remarques que l'on reproduit de rapport en rapport, on voit toujours les mêmes erreurs et les mêmes imperfections. Par exemple:

- 1 - La maîtrise des quantificateurs n'est pas acquise : ces questions a et c du préliminaire sont à ce sujet très éloquentes.
- 2 - Les techniques de base ne sont pas assimilées :

- manipulation des inégalités dans le champ réel.
 - nombres complexes et relation d'ordre: les modules sont systématiquement oubliés.
 - division par une expression éventuellement nulle.
 - calcul des dérivées : en particulier la dérivation des fonctions composées n'est pas maîtrisée.
 - équivalents et développements limités.
- 3 - Les formules élémentaires de trigonométrie ne sont pas connues
- 4 - Le raisonnement par récurrence - lorsqu'il est effectué - n'est pas assimilé ou maîtrisé. On ne peut que répéter une fois de plus qu'un tel raisonnement n'est pas toujours aussi "immédiat, évident, clair..." que le pensent certains candidats et que les associations du type "on prouve de proche en proche" ou "on suppose que pour tout n la propriété soit vraie" sont sanctionnées.
- 5 - La notion de convergence normale d'une série de fonctions n'est pas connue de la quasi totalité des candidats et le théorème de dérivation terme à terme des séries de fonctions s'applique dans la plupart des copies dès que le terme général est dérivable et que la série de fonctions converge uniformément.
- 6 - Le théorème de convergence ponctuelle des séries de FOURIER est imparfaitement connu.
- 7 - la notion de fonction développable en série entière n'est pas acquise : malgré l'environnement du problème, pour un très grand nombre de candidats, une fonction indéfiniment dérivable est ipso facto développable en série entière.

On peut aussi souligner que des questions banales comme la résolution des équations $\frac{r+r^{-1}}{2} = x$ où $x \in [1, +\infty[$ et $|T_n(x)| = 1$ où $x \in [-1, 1]$ ne sont pas exécutées de façon correcte et donnent lieu à des successions d'équivalences ou d'implications dépourvues de tout commentaire ou à des résultats relevant de la plus haute fantaisie.

Beaucoup de candidats ne font pas preuve d'aucun esprit critique : par exemple, alors que le texte prend soin de souligner que le polynôme associé à la fonction polynomiale $T_n : x \mapsto \cos(n \arccos x)$ est encore noté T_n , de nombreux candidats s'étonnent dans la

question (I,C) que l'on calcule $T_n(x)$ avec $x \in [1, +\infty[$ et n'hésitent pas à écrire dans la question (II, A, 1), $T_n \pm 1 = \pm$.

On peut enfin déplorer que beaucoup de copies manquent de rigueur et proposent des démonstrations plus que partielles des résultats demandés. De façon générale, la présentation matérielle est juste satisfaisante, la rédaction - lorsqu'elle existe - sommaire et l'orthographe quelque peu déficiente.

Mathématiques II

Le sujet proposé cette année aux candidats portait sur les automorphismes orthogonaux laissant fixes certaines parties de \mathbf{R}^3 euclidien.

Les candidats ont souvent abordé une proportion importante du problème, voire la quasi-totalité, mais avec une fortune très variable : pour cela, les notes se sont réparties sur toute l'échelle permise par le barème et avec un écart-type élevé.

En I.A1, les candidats se sont souvent limités aux exemples évidents, alors que la symétrie par rapport au plan d'équation $y = x$ s'obtenait facilement. À noter que l'intersection de deux plans de symétrie n'est pas nécessairement un axe de symétrie. Évidemment, quelle que fût la liste des éléments de symétrie annoncés, un minimum de justifications était exigé.

En I.A2, il est étonnant que la majorité des candidats ne se soit pas donné la peine de préciser que l'ensemble obtenu est une *réunion de droites*. Il est à signaler que l'on ne parle pas d'une *union* de parties. Cette question a donné lieu à des erreurs surprenantes : beaucoup de candidats, confondant les aspects *vectoriel* et *affine* de la notion de plan, donnent de P_j une équation de la forme $y = \dots$! Le préambule invoquait bien un plan *vectoriel* et, dans le texte de la question, l'article **défini** coupait court à toute présence de paramètre.

En I.A3 (et, plus loin, pour d'autres preuves d'égalités), on relève trop d'assertions fantaisistes : notamment l'injectivité (ou la surjectivité) de \mathbf{R} puis la dimension (!) de \mathcal{Q}_0 .

En I.A4, le *cône de révolution* est rarement reconnu. Même si l'on se limite aux candidats qui évoquent un cône, les natures proposées sont en général trop vagues (*cône quadratique*) ou incorrectes (*cône à base, ou à section, ou à directrice, circulaire*) : fussent-ils simplement quadratiques, les cônes contiennent toujours des cercles.

En I.B1, les exemples proposés témoignent encore une fois d'un manque de discernement entre les aspects *vectoriel* et *affine* de la Géométrie euclidienne.

En I.B2c, \mathbf{K}^+ est souvent assimilé, au terme d'une discussion bâclée, à l'ensemble de rotations vectorielles d'axe (O, k) . Cela retentit évidemment sur certaines des questions qui suivent.