- Le hors-sujet, caractérisant non seulement un devoir ignorant ou faussant les termes de la question posée, mais aussi une réflexion générale sans rapport direct ni constant aux œuvres du programme, auxquelles on ne saurait substituer d'autres textes, philosophiques ou littéraires. Il ne s'agissait aucunement, ici, d'accumuler des considérations sur le bonheur ou la raison, en les appuyant de vagues références à Kant, Sartre ou Rousseau.
- La méconnaissance grossière des œuvres, jamais citées, oubliées pour certaines, ou scandaleusement appauvries et déformées: on ne sait pas écrire le nom de Picrochole, et le Commandeur devient *« le Commodore »* (sic). Sganarelle est pris par quelques-uns pour un modèle d'humanité et de sagesse.
- La pauvreté de la pensée, conduisant bien souvent à des énormités: croyant bien faire et aller dans le sens de François Châtelet, on ose affirmer que la raison *« ne servirait à rien »*, qu'elle serait totalement dépourvue *« d'esprit critique »* (sic). Curieuses convictions pour des scientifiques !

Beaucoup réussissent à combiner tous ces travers, et cumulent donc toutes les plus lourdes pénalités. Ils pourront donc conclure en toute honnêteté, comme les meilleurs l'ont déjà fait, que l'épreuve de rédaction doit être préparée comme elle sera notée: de façon très rationnelle.

Mathématiques

Mathématiques I

Le problème étudie la transformée de MELIN de la fonction $t \to \ln t(1-t),\quad 0 < t < 1$ *ie* la fonction : $F{:}z \to \int_0^1 t^{-z}\ln t \ln(1-t)\frac{dt}{t}$. On commence par étudier les propriétés locales de la fonction F qui découlent directement de sa définition puis on recherche le plus grand ouvert de $\mathbb{C}$ sur lequel on peut prolonger F. Le tout est précédé d'une partie élémentaire qui, par le biais d'une série de FOURIER, d'une série entière et du calcul d'une intégrale élémentaire se propose d'évaluer la série $\sum_{n \geq 1}\frac{1}{n(n-1/2)^2}$ qui sera la valeur du prolongement de F au point $z = \frac{1}{2}$.

Le texte ne comporte guère de difficultés majeures à l'exception :

- des questions qui abordent la dérivabilité de la fonction F dans le demi-plan $\operatorname{Re} z < 1$ puis de son prolongement sur l'ouvert $\mathbb{C} \setminus \mathbb{N}^*$,
- des questions ouvertes relatives à la recherche d'un équivalent de $\frac{1}{k!}\int_0^1(-\ln t)^k \ln t \ln(1-t)\frac{dt}{t}$ lorsque k tend vers $+\infty$ et du domaine de la convergence de la série double $\sum_{m,n \geq 1}(mn)^{-\alpha}(m+n)^{-\beta}$ où α et β appartiennent à $\mathbb{R}$.

La lecture des copies déçoit. De manière générale les candidats attaquent les questions de façon purement formelle, ne savent pas utiliser les théorèmes du cours - lorsqu'ils les connaissent - ne maîtrisent pas les outils de base et ignorent très souvent les propriétés élémentaires des fonctions de référence.

Pour illustrer ces propos on s'attarde à lire la rédaction de la partie I.

(I,A) L'hypothèse qui fait que les coefficients de FOURIER existent n'est jamais mentionnée ; très souvent l'expression de b_n est non simplifiée ; certains candidats n'hésitent pas à écrire que $S_n f(x) = \sum_{n=1}^{+\infty} b_n \sin nx$. Le théorème de DIRICHLET est fort mal connu et son application est parfois surprenante. Un candidat sur deux n'utilise pas le théorème de PARSEVAL pour calculer S_1 qui est obtenu grâce au fait que $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$.

(I,B) De façon générale le calcul du rayon de convergence de la série entière $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{x^{2n}}{n+1}$ est éludé ou repose sur le « critère » de d'ALEMBERT. L'expression de la somme L de cette série entière est quasiment vue - parfois de façon fort suspecte - sur l'intervalle $]0,1[$ mais la valeur $L(0)$ est rarement trouvée. Le calcul de l'intégrale $I = \int_0^1 \frac{\ln(1-t^2)}{t^2}dt$ n'est effectué correctement que par un très petit nombre de candidats. Tout d'abord, quasiment aucun candidat ne se préoccupe de l'intégrabilité de la fonction $t \mapsto \frac{\ln(1-t^2)}{t^2}$ sur l'intervalle $[0,1]$. D'autre part

- un tiers des candidats effectue d'emblée une intégration par parties sur l'intervalle $[0,1]$ ou sur l'intervalle $[0,a]$ ou $0 < a < 1$ et seul un petit nombre parvient à obtenir la valeur de cette intégrale, la majorité abandonnant les calculs ;
- les autres commencent par écrire que $\ln\frac{(1-t^2)}{t^2} = -\sum_{n=0}^{t0}\frac{t^{2n}}{n+1}$, intègrent la série terme à terme sur l'intervalle $[0,1]$ en

invoquant - neuf fois sur dix - la convergence uniforme de la série sur l'intervalle de convergence $]-1,1[$ pour se rendre compte qu'ils ne calculent pas l'intégrale demandée mais qu'ils obtiennent la série S_2 ; ils se lancent alors dans le même cheminement que le premier tiers pour abandonner rapidement les calculs.

A la lecture de cette question, on peut se rendre compte que seul un très petit nombre de candidats sait justifier l'intégration terme à terme d'une série. De façon générale la question (I,B,4) est escamotée : peu de candidats montrent que la série $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n(n-1/2)^2}$ converge et rares sont ceux qui décomposent la fraction rationnelle $\frac{1}{X(X-1/2)^2}$ en éléments simples pour obtenir l'expression de S_3 en fonction de S_1 et S_2 : en fait dans la majorité des copies on forme a priori $2S_1 - S_2$ ou $8S_1 - 4S_2$ et on est heureux de trouver $\frac{1}{4}S_3$ ou S_3 …

Finalement cette première partie qui ne met en jeu que des connaissances de base est très mal traitée. Le rendement en est étonnemment faible au regard du « classissisme » des questions posées.

Il va de soi que la suite du problème est à l'image de cette première partie. **On peut regretter que les notions de base ne soient pas maîtrisées par un plus grand nombre de candidats et que des questions aussi élémentaires que la recherche du domaine de définition de la fonction F ne soient pas résolues de façon correcte**. Il convient peut être de rappeler aux futurs candidats que l'utilisation des thèorèmes hors programme n'est pas pris en compte dans l'établissement de la note et qu'une bonne connaissance jointe à une utilisation pertinente des théorèmes fondamentaux ne peut être que bénéfique. Enfin si un assez grand nombre de copies sont présentées de façon agréable, on se doit de signaler que certains candidats n'hésitent pas à remettre des copies très difficiles à déchiffrer. Evidemment de telles pratiques sont sanctionnées par le biais de points de minoration.

Mathématiques II

Le problème de 2004 s'attachait à mettre en évidence quelques propriétés élémentaires liées à la notion de réseau, première pierre angulaire dans l'édification de l'ambitieuse théorie des courbes elliptiques, dont l'un des avatars est la structure de tore $\boldsymbol{C} / \boldsymbol{\pi}$, où $\boldsymbol{\pi}$ est un réseau de $\boldsymbol{C}$: toute similitude s « non triviale » (au sens de **III.C1**) qui laisse stable $\boldsymbol{\pi}$ passe alors au quotient et définit une *multiplication complexe* de ce tore.

Le début de la première partie consistait en la vérification de propriétés structurelles des ensembles de matrices qui allaient être mis à contribution par la suite. Force est de constater que rares sont les candidats qui ont conservé une idée claire de ces notions : on pouvait certes reprendre à la base les notions telles qu'**anneau** ou **groupe**, mais à quoi sert alors d'avoir des résultats de cours à sa disposition ? Il est beaucoup plus économique de faire appel aux **sous-structures** mais cela ne dispense pas (là non plus) de faire état d'une méthode précise : pour un sous-anneau, il est question de la stabilité par la loi de soustraction et non pas par la loi d'addition — on arriverait à ce compte-là à prouver que $\mathbb{N}$ est un sous-anneau de $\mathbb{Z}$—. En outre, il n'est pas question de stabilité pour un quelconque produit externe. Un contre-sens fréquent à fait croire aux candidats que traiter la question **I.C1** équivalait à redémontrer à la main que *det(AB) = det(A) det(B)* pour des matrices de taille 2. En **I.B2**, l'incompréhension quant à la notion d'*inversibilité* a été totale ; la plupart des preuves par équivalence reviennent alors à établir implicitement que tout entier non nul est égal à ±1. En **I.D**, on recherche souvent des polynômes annulateurs de préférence aux polynômes caractéristiques mais, quelle que soit la démarche adoptée, le lien entre diagonalisabilité et multiplicité des zéros semble bien mal assimilé. Dans la fin de cette partie, ces deux types de polynômes finissent par se confondre et il en ressort que toute matrice de taille 2 vérifiant $M^2 = I$ est de trace nulle. À noter enfin que la question **I.C4** a donné lieu à un travers qui serait inquiétant s'il se généralisait : beaucoup de candidats concluent en des termes qui contredisent la question posée : *grosso modo*, ils confondent l'apartenance de la matrice donnée à SL2($\mathbb{Z}$) et l'existence d'un couple *(c, d)* tel qu'il en soit ainsi. S'il s'agissait seulement de gagner quinze secondes sur le temps de rédaction, ce gain se sera révélé bien coûteux …

En **II.A1** comme en **II.B**, le fait de travailler « sur $\mathbb{Z}$ », et plus précisément les précautions à prendre de ce fait, n'ont pas été compris : pour la plupart, un réseau devient un espace vectoriel, et l'existence d'une matrice « de passage » devient une simple conséquence de la présence des deux bases B et B'.

À partir de **II.D**, mais cela vaut aussi pour les parties **III** et **IV**, une majorité de candidats ne peuvent plus faire mieux que de marquer les points de « grappillage », alignant pour le reste des énoncés et des arguments plus ou moins incohérents. Il serait peu instructif de faire la liste de toutes les énormités rencontrées au fil des copies, mais les candidats des prochaines années pourront méditer sur les points suivants dont la portée est suffisamment générale pour qu'ils soient signalés :

- En **III.B1**, la réponse attendue pouvait difficilement être l'*égalité*, ni l'*isomorphisme* (faute de la mise en évidence de structures), mais seulement l'existence d'une *bijection*.
- En **III.C**, un polynôme du second degré est un polynôme de degré *effectif 2*.
- En **IV.A1**, vérifier que *g* laisse stable $\mathcal{H}$ sous-entend aussi de vérifier que *g* est bien définie en tout point de $\mathcal{H}$.
- En **IV.A3**, la surjectivité de **Φ** est sans rapport avec celle de **Φ***(A)*. La notion de dimension finie est en outre hors de propos ici.
- En **IV.A5**, l'égalité **Φ***(A)* = **Φ***(A')* n'implique pas que *A' - A* appartient au noyau de **Φ**. Au surplus, déduire de cette égalité que