toujours le cas. Un esprit clair sait la valeur de la concision, choisit ses mots avec autant de soin que ses arguments.

Encore ce souci d'économie doit-il se manifester tout autant à l'intérieur du devoir. On constate que telle partie s'étend sur trois pages pleines, que telle autre s'éteint au bout de dix lignes. De telles disparates trahissent souvent une grave faiblesse : un plan mal conçu dès l'origine, juxtaposant des rubriques factices et mal taillées, sans véritable projet argumentatif. On le voit : l'équilibre visible du développement, tel qu'il apparaît dans la simple présentation matérielle, rend déjà compte de la rigueur intellectuelle du discours.

Dans tout notre propos, nous nous sommes surtout attachés à aider tous ceux que des erreurs de méthode ou de préparation pourraient desservir, mais qui restent capables de progresser et dont les travaux, malgré leurs faiblesses, peuvent être évalués selon les critères du concours. Ce n'est, hélas ! pas le cas de tout le monde : on se demande, à déchiffrer certains torchons, semés d'énormités syntaxiques et de fautes d'orthographe, si leurs auteurs ont vraiment conscience de ce qu'est le concours qu'ils présentent. Ce rapport voudrait les obliger à y songer. D'autant que les brillantes performances des meilleurs candidats sont bien là pour prouver la légitimité de nos exigences et pour donner une idée plus fidèle de ce que notre épreuve doit continuer à viser.

Mathématiques

Mathématiques I

Le problème reposait sur l'étude du comportement de l'intégrale $\frac{1}{t}\int_0^t f(x)g(x)dx$ lorsque tend t vers $+\infty$ pour deux fonctions continues périodiques de périodes différentes. Le résultat obtenu servait alors à résoudre trois problèmes indépendants.

Malheureusement le texte proposé aux candidats comportait des questions :

- imprécises ; dans (I,A) le domaine dans lequel les fonctions u_n prenaient leurs valeurs n'était pas indiqué ;
- vides de sens ; dans (IV, A,4) on demandait de prouver l'existence d'un nombre réel qui n'apparaissait pas dans la propriété à établir ;
- fausses et de plus incorrectement formulées ; dans (III, C, 1) on demandait de « déterminer $\lim_{t\to+\infty}\frac{1}{t}\int_0^t f^n(x)e^{in\theta(x)}dx = 0$ pour tout $(m,n)\in\mathbb{N}\times\mathbb{Z}$ » alors que de façon quasi évidente, pour $n = 0$, $\lim_{t\to+\infty}\frac{1}{t}\int_0^t \rho^m(x)e^{\mathrm{int}}dt = \frac{q}{2\pi}\int_0^{\frac{2\pi}{q}}\rho^m dx$ où $\frac{2\pi}{q}$ est une période de ρ ;
- inexacte ; la conclusion de (IV,A,4) ne permettait pas d'affirmer que le point obtenu appartenait à un carré centré en un point à coordonnées entières de côté $2r$, le choix de la fonction h proposé par le texte ne garantissant son appartenance qu'à un carré de côté $4r$.

Cette dernière localisation n'a été vue par aucun candidat alors que la première imprécision a été rectifiée de façon générale. Par contre la question (III,C,1) et, à moindre titre, la question (IV, A,4) ont perturbé un certain nombre de candidats qui ont vraiment essayé d'établir le résultat demandé. Le barème a tenu compte de ces désordres et a su récompenser les quelques candidats qui ont proposé et démontré la version correcte de la question (III,C,1).

Le problème a dû apparaître quelque peu déroutant à un grand nombre de candidats. De plus il leur demandait de s'adapter durant des périodes relativement courtes à des situations variées puisque chacune des applications proposées se déroulaient dans des domaines différents. Cependant certaines questions étaient abordables voire élémentaires avec un barème favorable. Malgré cela un grand nombre de candidats n'a pas été capable d'obtenir une note honorable.

La majorité des candidats n'a pas été en mesure de démontrer le théorème de la double limite qui constituait le support de la question de cours : nombreux sont ceux qui utilisent le théorème dont on demandait la preuve pour présenter leur démonstration ou qui manipulent sans aucune précaution les quantificateurs. Les théorèmes relatifs aux séries de FOURIER sont souvent cités correctement mais rarement utilisés de façon pertinente. Le théorème du relèvement est invoqué mais ses hypothèses sont rarement vérifiées. De très nombreux candidats croient qu'une fonction est intégrable sur un segment dès qu'elle y est bornée et beaucoup font appel au « théorème fondamental », sans en préciser le contenu, pour justifier qu'une fonction de la forme $x\mapsto\int_{x-r}^{x+r}h(t)dt$ où h est une fonction «créneau» est continue et de classe C^1 par morceaux sur $\mathbb{R}$.

Aucun candidat n'a été en mesure d'étudier de manière complète les propriétés de l'épicycloïde demandées. Ils sont déjà peu nombreux pour en trouver une équation paramétrique et rares sont ceux qui connaissent la notion de point de rebroussement et la formule permettant de calculer l'aire du domaine délimité par un arc paramétré fermée.

On ne peut donc conseiller aux futurs candidats de connaître et de comprendre la portée des notions de base, de maîtriser les divers outils fondamentaux, de ne pas se perdre dans des calculs longs et compliqués quant un raisonnement simple s'appuyant par exemple sur un dessin permet de justifier le résultat demandé en quelques lignes - la question (III, A, 1) constitue à ce sujet un excellent test- et de savoir utiliser de façon pertinente les théorèmes de base pour justifier les diverses demandes d'un problème. Enfin on ne perdra pas de vue que le soin, la présentation et l'orthographe sont des éléments qui, quoique secondaires, relèvent le niveau du travail présenté.

Mathématiques II

Le sujet d'algèbre de 2007 avait pour objectif de prouver l'existence d'endomorphismes orthogonaux dans certains sous-espaces vectoriels de End(E), où E est un espace vectoriel euclidien.

La première partie était en fait un « gros » exercice de colle qui s'appuyait pour l'essentiel sur la *décomposition polaire* d'un endomorphisme d'un espace euclidien, pour laquelle aucune connaissance préalable n'était bien entendu supposée.

Bien plus originale, la seconde (et dernière) partie envisageait le cas d'un sous-espace V de codimension 2 lorsque E était, lui, de dimension 3. L'intérêt de ce choix est qu'il est optimal, le résultat tombant en défaut dans ce contexte si la codimension de V vaut 3.

L'équilibre entre questions ouvertes et questions directives a favorisé une large indépendance entre les questions mais sans autoriser l'esbroufe pour autant.

Plutôt proche du cours, le problème a donné une prime certaine aux candidats qui avaient inclus les démonstrations dans leurs révisions ainsi qu'à ceux qui avaient assimilé les mécanismes afférents aux grands thèmes directement liés à celui-ci, notamment la décomposition polaire.

Même les questions les plus élémentaires du début de l'énoncé ont révélé leur lot d'erreurs chroniques au point que rares sont les copies qui en soient exemptes, même parmi les meilleures.

Dès le I.A1, on s'aperçoit que trop de candidats écrivent $a(e_i) = \sum m_{i,j}\, e_j$, si $(m_{i,j})$ est la matrice de a relative à la base e.

Les questions I.A2 et I.A3 sont souvent traitées laborieusement, par un recours à des matrices. Bien entendu, « la » base canonique d'un espace vectoriel fait son apparition habituelle.

Au I.B1a, la formule du rang est souvent aberrante, dim End(E) remplaçant dim E. Dans les alinéas suivants, la nécessité d'invoquer la diagonalisabilité de a^*a est rarement perçue. En outre, le procédé de GRAM-SCHMITT fait office de méthode miracle : qui dit que son application à une base de vecteurs propres fournit une base certes orthonormale, mais toujours de vecteurs propres ?

Il est courant de confondre *supplémentaire* et *supplémentaire orthogonal*, ou de faire comme si « le » supplémentaire était unique : dans ces conditions, $\operatorname{Im} a^*a = \sum E(\lambda_i)$ découle du fait que ces deux sous-espaces ont un supplémentaire commun !

La question II.A1 a suscité maintes incorrections : on ne peut parler ni de *la* base orthonormale $(\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ni d'une base orthonormale $(\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, puisque le vecteur k était fixé. Il convenait de parler d'une base orthonormale *complétant* la famille *(k)*.

À la question II.B2, souvent abordée, beaucoup de candidats ont cru établir que $x_\varepsilon \mid s(x_\varepsilon) = 1/3$ pour tout ε. Cette erreur s'est révélée coûteuse car elle faisait perdre toute substance aux questions II.B3a et II.B3b.

Les copies sont entachées de trop de verbiage : dans la nouvelle base, la matrice A « est égale à… » ou encore « la trace d'une matrice est indépendante de la base ».

Nous avons constaté deux excès dans les copies : d'un côté, les candidats qui énoncent la supplémentarité de $\mathfrak{S}$(E) et de $\mathfrak{A}$(E) ou la formule $\operatorname{Im} a^*a = \sum E(\lambda_i)$ comme s'il s'agissait de résultats de cours (alors que la directive *montrer que* était chaque fois sans ambiguïté) et, de l'autre côté, les candidats trop prudents qui redémontrent tout : $(a+b)^* = a^* + b^*$, $(a^*)^* = a$, etc.

Il faut comme toujours conseiller aux futurs candidats de lire attentivement ce rapport ainsi que ceux des années précédentes. Ils y apprendront que les correcteurs ont pénalisé et pénaliseront les copies mal présentées, les rédactions désinvoltes, les symboles d'implication employés à tort et à travers, les incorrections telles que *au final* ou *la matrice diagonalise dans la base* $\mathcal{B}$, les anglicismes tels que « on obtient (tel ou tel résultat), *comme attendu* ». Respecter la langue et l'orthographe françaises fait partie des exigences qui s'imposent à tous ceux qui se destinent à une carrière d'ingénieur, de chercheur ou de cadre.

Ces qualités ne s'acquièrent pas par miracle le jour du concours : il y a là une discipline de tous les instants à respecter pendant les années de préparation. Elles sont *aussi* là pour cela !