

brève que soit la dissertation par ailleurs, à quatre exigences, amener et citer le sujet, justifier et annoncer le plan du développement, qu'elle n'est pas un raisonnement, et n'admet donc ni argument, ni paragraphe. Le jury a pu apprécier plusieurs séries de copies dans lesquelles la troisième étape introductive, la problématique, faisait voir un effort systématique de mise en place des notions clefs du sujet : il aimeraient que ce ne soit plus une exception ; on lit aussi trop de conclusions mécaniquement introduites par «pour conclure», «finalement je pense qu'on peut dire», «nous avons donc vu que....» envahies par une argumentation et des exemples hors de propos, d'autant que ce n'en est pas le lieu, au sens rhétorique du mot, non plus que des ouvertures cosmiques sur divers hors-sujet. Quant aux développements, ils sont souvent gâtés par des liaisons logiques dépourvues de pertinence, «d'ailleurs», «de plus» et «de même», ou mécaniques, notamment la calamiteuse série «d'abord» (celui-ci inaugure une bonne moitié des développements), «ensuite», «enfin» ; de telles approximations et négligences mènent trop fréquemment à l'incohérence des enchaînements, sinon de développements entiers.

Dans bien des copies nourries d'exemples, on peut cette année se satisfaire du travail accompli sur Aristote et, en général, sur Gide. C'est plus douteux pour ce qui est de Beckett, souvent omis ou réduit à peu de chose, ou bizarrement commenté, avec Vladimir et Estragon dans le rôle du couple d'amis vertueux, Pozzo et Lucky chargés d'illustrer l'amitié aristotélicienne «selon l'utile», et les perspectives les plus variées, les plus contradictoires, ou simplement les plus fantaisistes sur l'avenir du sentiment, amitié ou non (là encore les avis se contredisent), unissant ou désunissant les protagonistes. Mêmes spéculations, mêmes doutes et mêmes incohérences s'agissant d'Olivier et Bernard, ou Edouard. Toutes ces élucubrations semblent causées par le parti pris d'ensemble qui consiste à voir dans deux des œuvres des illustrations ou des exemples de la théorie exposée dans la troisième. Il faut résister à cette tentation, qui, surtout quand un texte théorique puissant et normatif est associé à deux œuvres plus littéraires et moins exclusivement nourries de la thématique retenue, mène à tous les contresens, les récitations de poncifs, et les hors-sujet.

Les rapports des années 1998 et 1999 rappellent les principes de notation de l'épreuve, avec une netteté qui justifie qu'on y renvoie une nouvelle fois : un nombre significatif de très bonnes copies, dont quelques-unes remarquables, ont confirmé le jury de cette année dans ces principes, et ses attentes. Souhaitons qu'à l'avenir les candidats les satisfassent plus nombreux encore, grâce à une préparation réaliste au concours, c'est-à-dire en s'entraînant d'abord à éviter les fautes de méthode élémentaires, coûteuses dans une épreuve au coefficient si élevé.

## Mathématiques

### Mathématiques I

Le but du problème est de construire une fonction continue, dérivable en aucun point. Une partie importante du programme est mise en œuvre : suite et série de fonctions, convergence simple, absolue, normale, uniforme, continuité, dérivabilité, série de Fourier, majorations d'intégrales, théorème de convergence dominée.

La partie IV qui permet de conclure à la non dérivabilité de la fonction construite à la partie I et qui est une synthèse des résultats des trois parties précédentes, n'a jamais été abordée.

Voici quelques remarques détaillées au fil des questions :

Dans la partie IA 1), beaucoup de candidats semblent ignorer ce que sont les hauteurs d'un triangle et parlent des orthocentres d'un triangle. La question IA 2) qui consiste à calculer les coordonnées de la projection orthogonale d'un point dont les coordonnées sont données sur une droite déterminée par deux points dont les coordonnées sont également données n'a été abordée que par un tiers des candidats et à peu près traitée par un cinquième.

On trouve de nombreux raisonnements incomplets dans la question IB 1) par oubli de la définition de T. La division par des quantités éventuellement nulles ne pose aucun problème. Les formules usuelles de trigonométrie sont ignorées et très laborieusement rétablies.

La question IB 4) témoigne de grosses lacunes au niveau des séries de fonctions :  $u_{n+1} - u_n$  tend vers 0 donc la suite  $u_n$  converge,  $u_{n+1} - u_n$  tend vers 0 donc la suite est de Cauchy, utilisation du critère de convergence des séries alternées alors qu'il n'était pas applicable ici, la série est convergente et son terme général est continu donc sa somme est continue etc.

Dans la question IB 5), la notion de prolongement d'une fonction définie sur un intervalle n'est pas comprise. La série de Fourier demandée est très rarement donnée (4% des copies).

La question II A a souvent été bien traitée. Par contre, la question II B 1) a donné lieu à des manipulations étranges d'indices et la question II B 2) montre que le théorème de dérivation de la somme d'une série est mal connu.

Le reste de la partie II n'a été que très rarement abordé et le calcul des valeurs approchées demandées jamais mené à terme.

La question IIIA 1), très classique a réservé quelques surprises : le résultat étant donné, certains candidats n'ont pas hésité à faire quelques tours de passe-passe pour l'obtenir, bien que le début du calcul soit faux. La majoration usuelle du sinus a souvent été obtenue grâce à un développement limité à l'origine.

Les questions à partir du IIIB 3) sont très rarement abordées.

La rédaction est souvent imprécise : la formule «d'après un théorème du cours» n'est pas une justification suffisante si le théorème n'est pas cité complètement. La présentation est en général correcte et l'orthographe satisfaisante.

## Mathématiques II

Le problème de cette année aborde la question du produit vectoriel en dimensions 3 et 4, montrant l'application à la détermination des plans stables par les endomorphismes.

Notons qu'en dimension 3, ce dernier problème relève simplement de la détermination des hyperplans stables (qui correspondent trivialement aux vecteurs propres de l'endomorphisme transposé). Par contre en dimension  $> 3$ , on peut en effet montrer que ce problème se ramène à la recherche des vecteurs propres de l'endomorphisme induit sur la seconde puissance extérieure (de dimension  $C_n^2$ ).

**I.A.** Cette première question est loin de mettre tous les candidats d'accord sur le résultat.

**I.B.** La question de l'unicité est rarement bien traitée. Plus grave, il arrive qu'elle ne soit pas perçue comme véritablement substantielle.

**I.C.** On a rarement vu que la formule  $\tilde{u}ov = \tilde{u}o\tilde{v}$  était une conséquence évidente de l'unicité.

**I.E.1** N'oublions pas que  $\det(au) = a^n \det(u)$  lorsque  $a$  est un scalaire et  $u$  un endomorphisme en dimension  $n$ . Beaucoup de candidats oublient l'exposant  $n$ . De façon générale, les questions si importantes d'homogénéité et de «degré» au sens large semblent bien négligées.

**I.F.** On affirme beaucoup que  $u \mapsto \tilde{u}$  est linéaire, encore une question d'homogénéité... quand il ne s'agit pas de la confusion avec le fait que les éléments de  $L(E)$  sont linéaires.

Trouver l'image de  $u \mapsto \text{com}(u)$  en dimension quelconque (et la caractériser topologiquement pour **R** et **C**) est un exercice intéressant.

**II.A.** Un vecteur propre doit être *non nul*, ne l'oublions pas. Même remarque pour **II.C** et **IV.D**.

**II.B.** La notion de sous-espace stable par un endomorphisme paraît mal connue : beaucoup d'étudiants semblent penser que tous les vecteurs du sous-espace doivent être propres, ou même fixes.

**II.C.** Ceci s'applique en particulier à cette question, essentiellement une reformulation de résultats déjà obtenus.

**II.D.** La confusion entre les polynômes caractéristiques de  $u_i$  et  $\tilde{u}_i$ , apparentée à la confusion entre  $\det(u)$  et  $\det(\tilde{u})$  (voir I.E.1), est fréquente dans les copies où cette question est tentée.

**III.A.** Finalement peu de candidats ont deviné la réponse, pourtant claire d'après l'esprit du texte. Trop de copies donnent la réponse sous la forme  $X = Y$  (où les rôles de  $X$  et  $Y$  ne sont pourtant pas symétriques), laquelle est pensée comme équivalente à « $(X, Y)$  liés».

**III.C.** Cette question a vu de nombreuses tentatives de calcul, parfois fructueuses.

**III.D.** Quelques copies ont résolu cette question et les deux suivantes.

**IV.A.** Cette question et la suivante sont très faciles, même pour ceux qui n'ont pas compris l'essentiel de ce qui précède.

**IV.B.** Quasiment une question de cours.

**IV.C.** Utilisation généralement correcte de ce qui précède.

**IV.E.1.** Utiliser  $u^2 = Id$  pour chercher les vecteurs propres n'a pas été aussi courant qu'on pouvait le prévoir : on a vu de longs calculs.

**IV.E.2.** Question rarement traitée correctement.

**IV.E.3.** et suivantes. Quelques copies mènent les calculs nécessaires jusqu'au bout.

Pour conclure, les copies de cette année présentent des défauts classiques : certaine faiblesse dans les raisonnements, un manque général de technicité (calculs, méthodes), défauts un peu minorés cette année par un sujet probablement un peu plus familier grâce au cours de physique.