

toujours le cas. Un esprit clair sait la valeur de la concision, choisit ses mots avec autant de soin que ses arguments.

Encore ce souci d'économie doit-il se manifester tout autant à l'intérieur du devoir. On constate que telle partie s'étend sur trois pages pleines, que telle autre s'éteint au bout de dix lignes. De telles disparates trahissent souvent une grave faiblesse : un plan mal conçu dès l'origine, juxtaposant des rubriques factices et mal taillées, sans véritable projet argumentatif. On le voit : l'équilibre visible du développement, tel qu'il apparaît dans la simple présentation matérielle, rend déjà compte de la rigueur intellectuelle du discours.

Dans tout notre propos, nous nous sommes surtout attachés à aider tous ceux que des erreurs de méthode ou de préparation pourraient desservir, mais qui restent capables de progresser et dont les travaux, malgré leurs faiblesses, peuvent être évalués selon les critères du concours. Ce n'est, hélas ! pas le cas de tout le monde : on se demande, à déchiffrer certains torchons, semés d'énormités syntaxiques et de fautes d'orthographe, si leurs auteurs ont vraiment conscience de ce qu'est le concours qu'ils présentent. Ce rapport voudrait les obliger à y songer. D'autant que les brillantes performances des meilleurs candidats sont bien là pour prouver la légitimité de nos exigences et pour donner une idée plus fidèle de ce que notre épreuve doit continuer à viser.

## Mathématiques

### Mathématiques I

Le thème du problème est l'étude de l'intégrabilité de fonction dépendant éventuellement de paramètres et l'étude de certaines suites de fonctions.

#### Partie I

A.

- 1) La notion d'intégrabilité sur  $\mathbb{R}$  d'une fonction est mal comprise (on trouve souvent : toute fonction continue est intégrable).
- 2) La rédaction de cette question est souvent négligée. Que dire de ceux qui trouvent une expression de  $m_n$  dépendant de  $x$  ! Trop nombreux sont ceux qui ne voient pas que la parité de  $n$  intervient dans l'expression de  $m_n$ .

B.

L'utilisation sans précaution des équivalents conduit à de nombreuses erreurs ; la définition même de deux fonctions équivalentes semble être très floue pour de nombreux candidats.

C.

- 1) Nombreuses erreurs dues à la volonté d'utiliser le critère de convergence des séries alternées. Le développement en série de l'exponentielle n'est pas toujours reconnu.
- 2) Même si le théorème de convergence dominée est souvent bien cité, très rares sont les étudiants qui exhibent une fonction correcte de domination.

#### Partie II

A.

La loi de l'espace vectoriel a prêté à confusion, certains considérant le produit de deux fonctions. Les erreurs les plus fréquentes proviennent du choix de  $\lambda$  commun à toutes les fonctions de  $\mathbb{E}$ . Il est d'ailleurs curieux que parmi ceux qui ont commis cette erreur, certains font dépendre  $\lambda$  de la fonction considérée dans la question B.

B.

- 1) Là encore, la notion d'intégrabilité d'une fonction pose problème : il y a parfois confusion entre définition et continuité.
- 2) Le sort du signe  $-$  qui apparaît dans l'expression  $d(x - t) = -dt$  n'est pas très clair dans beaucoup de copies.
- 3) Le calcul de  $f * f$  est souvent faux : il est curieux qu'un certain nombre de candidats ayant obtenus  $f * f = 0$  ne se soit pas étonnés, la fonction à intégrer étant strictement positive.
- 4) La démonstration de la continuité de  $u * v$  n'est presque jamais faite.

C.

- 1) Même remarque que pour B.1).
- 2) Le théorème à utiliser est très souvent exactement cité mais les fonctions de domination correctes sont rarement données. Plusieurs candidats dérivent par rapport au paramètre (signalant parfois une erreur de texte puisque  $u$  n'est pas supposée dérivable).

D.

- 1) Cette question est très rarement traitée.
- 2) L'indication donnée (pas indispensable d'ailleurs) a peut-être dérouté certains de ceux qui avaient réussi D.2).

### Partie III

A.

- 1) et 2) Presque tous les candidats ont traité ces deux questions, avec des raisonnements par récurrence plus ou moins bien rédigés.

A.

- 2) Le calcul de la constante  $K_n$  est souvent bien mené et donne des points à des candidats qui avaient pataugé dans les questions II C. et II D.

B.

- 1) Cette question est très souvent abordée mais très mal traitée : la continuité de  $g$  est affirmée mais rarement justifiée, la majoration de  $|g(x)|$  par  $\frac{1}{2}$  ne suffit pas à assurer  $g$  à  $E$  ; lorsqu'une majoration plus précise de  $g$  est donnée, elle est rarement justifiée.
- 2) Le remplacement de  $g$  par  $\frac{1}{2} \cos x$  sur  $R$  tout entier conduit à des absurdités.
- 3), 4) et 5) Seules les très bonnes copies abordent ces questions et les traitent alors correctement;

### Partie IV

N'est abordée que dans les très bonnes copies et jamais traitée complètement.

Pour terminer, le jury veut signaler quelques erreurs retrouvées dans les copies : l'oubli des valeurs absolues, en particulier dans les questions de majorations, les fautes de logique dans les raisonnements par récurrence, les confusions entre intégrales définies et primitives.

## Mathématiques II

L'énoncé de cette année se proposait d'étudier les solutions d'équations polynomiales dans  $K^n$  ou l'anneau des matrices carrées de degré  $n$ .

Beaucoup de questions demandaient des raisonnements plus que des calculs. Un bon nombre de candidats a su s'adapter à cette exigence, les objets considérés (espaces vectoriels, matrices) leur étant fort heureusement très familiers.

### PARTIE I

I.A.1) Les candidats doivent ici bien séparer l'usage de la notation  $P(x)$  en dimension 1 et en dimension  $n$ .

I.A.2) Pratiquement aucun candidat n'invoque le fait que l'image d'une application linéaire soit un sous-espace vectoriel.

I.A.3) L'impossibilité pour un polynôme non nul de degré  $<$  ou  $= n - 1$  de s'annuler plus de  $n$  fois est bien connue. Par contre quelques candidats invoquent ici les polynômes interpolateurs de Lagrange.

I.B.1) La différence avec le cas  $n = 1$  n'est pas toujours clairement explicitée.

I.B.2) Il est très rare de lire que la question se ramène à la dimension 1. Notons que c'est aussi le cas pour les questions I.B.3 et I.B.4, ainsi que toute la partie I.D.

I.B.4) On voit beaucoup de produits  $n \cdot \deg(P)$ .

I.C.1) Beaucoup d'erreurs. Bien souvent, des hyperboles ne sont pas reconnues : on voit alors comme figure des arrondis plutôt vagues, sans asymptote et ayant apparemment des tangentes passant par l'origine. Attention : le tracé d'un graphe ne se réduit pas au recopiage de ce que produit une calculatrice graphique.

I.C.2) Quelques réussites à cette question difficile.

### PARTIE II

II.A) Bien souvent, le calcul de la dimension a été oublié (II.A.1). Par contre, les candidats qui ont tenté de montrer que les  $p_i$  forment un système libre (II.A.1 ou la suivante) ont toujours trouvé l'idée qui consiste à multiplier une combinaison linéaire par un  $p_j$  donné.

II.B.2) Les polynômes interpolateurs paraissent relativement bien connus.

II.B.3) et II.C.1) Les notions de somme directe et de base adaptée paraissent encore confuses à nombre de candidats.

Peu de candidats sont allés au-delà dans cette partie.