brève que soit la dissertation par ailleurs, à quatre exigences, amener et citer le sujet, justifier et annoncer le plan du développement, qu'elle n'est pas un raisonnement, et n'admet donc ni argument, ni paragraphe. Le jury a pu apprécier plusieurs séries de copies dans lesquelles la troisième étape introductive, la problématique, faisait voir un effort systématique de mise en place des notions clefs du sujet : il aimerait que ce ne soit plus une exception ; on lit aussi trop de conclusions mécaniquement introduites par «pour conclure», «finalement je pense qu'on peut dire», «nous avons donc vu que....» envahies par une argumentation et des exemples hors de propos, d'autant que ce n'en est pas le lieu, au sens rhétorique du mot, non plus que des ouvertures cosmiques sur divers hors-sujet. Quant aux développements, ils sont souvent gâtés par des liaisons logiques dépourvues de pertinence, «d'ailleurs», «de plus» et «de même», ou mécaniques, notamment la calamiteuse série «d'abord» (celui-ci inaugure une bonne moitié des développements), «ensuite», «enfin» ; de telles approximations et négligences mènent trop fréquemment à l'incohérence des enchaînements, sinon de développements entiers.

Dans bien des copies nourries d'exemples, on peut cette année se satisfaire du travail accompli sur Aristote et, en général, sur Gide. C'est plus douteux pour ce qui est de Beckett, souvent omis ou réduit à peu de chose, ou bizarrement commenté, avec Vladimir et Estragon dans le rôle du couple d'amis vertueux, Pozzo et Lucky chargés d'illustrer l'amitié aristotélicienne «selon l'utile», et les perspectives les plus variées, les plus contradictoires, ou simplement les plus fantaisistes sur l'avenir du sentiment, amitié ou non (là encore les avis se contredisent), unissant ou désunissant les protagonistes. Mêmes spéculations, mêmes doutes et mêmes incohérences s'agissant d'Olivier et Bernard, ou Edouard. Toutes ces élucubrations semblent causées par le parti pris d'ensemble qui consiste à voir dans deux des oeuvres des illustrations ou des exemples de la théorie exposée dans la troisième. Il faut résister à cette tentation, qui, surtout quand un texte théorique puissant et normatif est associé à deux oeuvres plus littéraires et moins exclusivement nourries de la thématique retenue, mène à tous les contresens, les récitations de poncifs, et les hors-sujet.

Les rapports des années 1998 et 1999 rappellent les principes de notation de l'épreuve, avec une netteté qui justifie qu'on y renvoie une nouvelle fois : un nombre significatif de très bonnes copies, dont quelques-unes remarquables, ont confirmé le jury de cette année dans ces principes, et ses attentes. Souhaitons qu'à l'avenir les candidats les satisfassent plus nombreux encore, grâce à une préparation réaliste au concours, c'est-à-dire en s'entraînant d'abord à éviter les fautes de méthode élémentaires, coûteuses dans une épreuve au coefficient si élevé.

Mathématiques

Mathématiques I

Le problème portait sur le problème aux limites

$-y'' = z$

$y'(0) = y(1) = 0$

présenté sous l'angle de la cinématique. On y faisait découvrir, à l'aide des séries de Fourier, l'analyse spectrale de ce problème (valeurs propres, fonctions propres) ; on appliquait ces notions au calcul de la meilleure constante C telle que

$\|f'\|_2 \leq C\|f''\|_2$ pour toute fonction f de classe C^2 telle que $f(0) = f'(0) = f(1) = 0$.

La première partie consistait d'une part en des rappels de cours sur la notion de projection orthogonale sur une droite vectorielle dans un espace préhilbertien, puis en la détermination de la solution d'une variante du problème aux limites ci-dessus.

Après des rappels de cours sur les séries de Fourier, la deuxième partie faisait étudier un développement en série de la fonction $\tan -$ correspondant essentiellement à la dérivée logarithmique du développement en produit infini de la fonction sin. Partant de là, cette première partie s'achevait sur l'étude des racines de l'équation $\tan(\omega) = \omega$.

L'analyse spectrale du problème aux limites ci-dessus faisait l'objet de l'essentiel de la troisième et dernière partie. Cette étude faisait intervenir la racine de l'équation $\tan(\omega) = \omega$ appatenant à l'intervalle $]\pi/2, 3\pi/2[$.

Il semble malheureusement que de nombreux candidats ne dominaient pas assez les outils mathématiques mis en jeu dans cette étude. Voici quelques erreurs typiques que les futurs candidats au concours devraient éviter :

a - L'espace $\boldsymbol{C}$ des fonctions continues de $[0,1]$ dans $\mathbb{R}$ n'est pas de dimension finie (encore moins de dimensions 2) sur $\mathbb{R}$!

b - Pour montrer qu'une application f de l'espace vectoriel E dans l'espace vectoriel F est un isomorphisme d'inverse g, il faut montrer que f est linéaire, puis que $g o f = id_E$ et que $f o g = id_F$.

c - Pour traiter la question I.B.3, l'énoncé suggérait de partir de la fonction f_- continue par morceaux et 4-périodique paire construite à partir de f; on concluait en appliquant l'égalité de Parseval à f_- et en utilisant les symétries de cette fonction; de nombreux candidats ont tenté de raisonner en utilisant seulement le caractère orthonormal de la famille e_k de la question I.B.1 ;

hélas, on aboutit ainsi uniquement à l'inégalité de Bessel, sauf à savoir que cette famille est totale dans $L^2([0,1])$, ce qui est hors-programme sous cette forme - et qui est précisément ce qu'exprime l'égalité de Parseval.

d - Pour traiter la question I.B.4, il fallait également se ramener à f_- ; sous l'hypothèse que $f(1) = 0$, cette fonction est 4-périodique continue, de classe C^1 par morceaux ; dans ce cas les sommes partielles de la série de Fourier de f_- convergent normalement vers f_- d'après le théorème de Dirichlet.

Ces deux questions I.B.3 et I.B.4 ont donné lieu à d'importantes confusions : plusieurs candidats croient que la convergence en moyenne quadratique de la question I.B.3 coïncide avec la convergence uniforme - certains vont même au bout de cette logique en affirmant que les normes et $\|.\|_2$ et $\|.\|_\infty$ sont équivalentes. D'autre invoquent le théorème de Weierstrass de densité des polynômes trigonométriques dans l'espace C des fonctions continues sur $[0,1]$; ils croient en déduire que les sommes partielles de la série de Fourier de f_- , qui sont les projections orthogonales de f sur les polynômes trigonométriques de degré donné, et qui sont donc de meilleures approximations de f au sens de la convergence en moyenne quadratique, sont en fait de meilleures approximations de f au sens de la convergence uniforme.

e - Pour appliquer le théorème des valeurs intermédiaires à une fonction f définie sur $]a, b[$ il faut vérifier que f est continue puis, par exemple, montrer que f tend vers $+\infty$ (resp.$-\infty$) lorsque x tend vers ce qui est le cas de figure de l'énoncé. Pour vérifier ensuite que la solution est unique, il suffit de vérifier la monotonie stricte.

f - Dans la question II.A.1, de nombreux candidats omettent de mentionner que l'intégrale d'une fonction continue sur l'intervalle $[0, t]$ est une fonction de classe C^1 de la borne supérieure t .

g - Dans la question II.A.2., de nombreux candidats évoquent le théorème de Fubini (interversion de l'ordre des intégrations dans une intégrale double) sans aucun rappel ou vérifications des hypothèses du théorème.

h - Dans la suite de la partie II, de nombreux candidats invoquent l'énoncé «Toute matrice symétrique est diagonalisable» sans préciser le corps de base - ce qui donne évidemment une énoncé faux dans **C**.

Mathématiques II

Un problème bien conçu dans l'esprit PSI qui a mis en valeur les candidats doués d'un esprit scientifique rigoureux et ayant acquis de bonnes connaissances mathématiques de base.

Mais cette épreuve a aussi, de nouveau, mis en évidence un défaut que nous déplorons souvent chez de trop nombreux candidats : une "affirmation" n'est pas une "démonstration" (et des calculs incompréhensibles, sans fil directeur clairement exprimé, à l'issue desquels on affirme pouvoir conclure n'entraînent jamais l'adhésion du correcteur).

Le sujet comportait trois parties : Les parties I (Matrices tridiagonales) et II (Fonctions splines cubiques) proposaient d'étudier deux types d'approximation classiques d'une fonction sur un segment et de les comparer. La troisième partie (Un exemple de structure euclidienne) munissait l'espace $R_n[X]$ des polynômes à coefficients réels de degré inférieur ou égal à n d'une structure euclidienne et étudiait certaines propriétés des polynômes interpolateurs de Lagrange relativement à cette structure. Elle était indépendante des deux premières et ce fait était clairement annoncé dans le préambule.

En général, les candidats ont cependant commencé par le début et on observe que :

- 95 % des élèves ont largement traité la partie I et 40% d'entre eux y ont obtenu une note supérieure à 8/20.
- 25 % des élèves ont assez largement traité la partie II et 70% d'entre eux y ont obtenu une note supérieure à 8/20.
- 30 % des élèves ont assez largement traité la partie III et 40% d'entre eux y ont obtenu une note supérieure à 7/20.

Les effectifs se sont donc répartis souvent sur les deux parties II et III (les deux pour les bons candidats) et un nombre significatif de candidats ont fait le choix délibéré de ne pas traiter la partie II et d'approfondir la partie III, ce qui pouvait se révéler une stratégie intéressante pour les "algébristes".

Cette année, il y a eu peu d'erreurs caractéristiques contre lesquelles nous puissions mettre en garde. Il s'agit plutôt d'une tendance générale; c'est l'esprit scientifique lui-même qui doit être formé. Le jury demande que les candidats fassent preuve d'un souci de rigueur constant et, reprenant le début de ce rapport car il s'agit d'une demande fondamentale, avoir la volonté de toujours démontrer, ne jamais affirmer sans preuve et toujours expliciter les idées directrices du raisonnement, ce qui permet de mieux en discerner les failles éventuelles ou le caractère indubitable.