

toujours le cas. Un esprit clair sait la valeur de la concision, choisit ses mots avec autant de soin que ses arguments.

Encore ce souci d'économie doit-il se manifester tout autant à l'intérieur du devoir. On constate que telle partie s'étend sur trois pages pleines, que telle autre s'éteint au bout de dix lignes. De telles disparités trahissent souvent une grave faiblesse : un plan mal conçu dès l'origine, juxtaposant des rubriques factices et mal taillées, sans véritable projet argumentatif. On le voit : l'équilibre visible du développement, tel qu'il apparaît dans la simple présentation matérielle, rend déjà compte de la rigueur intellectuelle du discours.

Dans tout notre propos, nous nous sommes surtout attachés à aider tous ceux que des erreurs de méthode ou de préparation pourraient desservir, mais qui restent capables de progresser et dont les travaux, malgré leurs faiblesses, peuvent être évalués selon les critères du concours. Ce n'est, hélas ! pas le cas de tout le monde : on se demande, à déchiffrer certains torchons, semés d'énormités syntaxiques et de fautes d'orthographe, si leurs auteurs ont vraiment conscience de ce qu'est le concours qu'ils présentent. Ce rapport voudrait les obliger à y songer. D'autant que les brillantes performances des meilleurs candidats sont bien là pour prouver la légitimité de nos exigences et pour donner une idée plus fidèle de ce que notre épreuve doit continuer à viser.

## Mathématiques

### Mathématiques I

Le problème proposé cette année portait sur les équations différentielles. Plus précisément, on s'intéressait à l'équation du second ordre  $x'' = -f'(x)$ , équation qui décrit, en mécanique classique, le mouvement d'un point matériel de masse 1 sous l'effet de la force dérivant du potentiel  $f$ . L'interprétation mécanique de cette équation n'était évoquée qu'à la partie IV, où on demandait d'étudier le mouvement du pendule sans faire l'hypothèse d'oscillations de petite amplitude. La partie I portait sur le cas linéaire  $f'(x) = kx$  (qui est l'équation du pendule dans la limite des oscillations de faible amplitude), tandis que la partie III faisait découvrir la notion de point d'équilibre et de stabilité de ces points d'équilibre. La partie II proposait une étude qualitative des trajectoires de l'équation, basée sur l'intégrale première de l'énergie – c'est à dire sur le fait que la quantité  $x'^2 + 2f(x)$  est constante le long des trajectoires de l'équation différentielle  $x'' = -f'(x)$ .

Il s'agissait donc d'un sujet ayant un réel contenu scientifique, riche et varié. Toutefois, il a paru poser aux candidats des difficultés inattendues. Voici quelques exemples de points que les futurs candidats sont invités à approfondir dans leur étude des mathématiques :

IA1, IB1 et IIIB : un élève sérieux doit savoir résoudre sans hésitation ni erreur les équations différentielles linéaires les plus simples, comme  $x' = ax$  ou  $x'' = kx$  en distinguant, pour le deuxième exemple, les cas correspondant à  $k > 0$ ,  $k < 0$  et  $k = 0$ .

Ce dernier cas a été oublié dans plus de 50% des copies dans la question IIIB, alors qu'il est évidemment essentiel pour la question de la stabilité. Dans un certain nombre de copies, les candidats proposent des formules fausses pour la solution générale de l'équation  $x'' = kx$ .

IB2 : de même, on attend d'un élève sérieux qu'il sache distinguer une hyperbole d'une parabole ou d'une ellipse. Plusieurs candidats achoppent sur cette question élémentaire. De ce fait, la partie I, qui était pourtant d'un niveau accessible pour la majorité des candidats, a joué, de manière surprenante, un rôle sélectif certain.

IIA1 : cette question était plus délicate, parce qu'elle nécessitait un peu d'intuition topologique. La majorité des candidats, sans doute conditionnés par le contexte à la recherche de solutions maximales d'équations différentielles, a essayé d'aborder cette question en appliquant le théorème de Cauchy-Lipschitz, au lieu de réfléchir, au besoin au moyen d'un dessin, à la situation considérée.

IIA2 : plus de 50% des candidats oublient de rappeler la condition  $y > 0$ , pourtant essentielle pour choisir la racine intervenant dans l'équation du premier ordre à étudier.

IIA3 : cette question a été bâclée par plus de 50% des candidats. Certains ont d'ailleurs essayé d'appliquer à toute force le théorème de dérivation sous le signe somme – ici en tentant de dériver par rapport au paramètre  $h$ , ce qui est évidemment hors sujet.

IIB à IID : pratiquement aucun candidat n'a compris ce que l'auteur du sujet tentait de faire. Comme le théorème de Cauchy-Lipschitz pour les systèmes différentiels n'est pas au programme des classes de PSI, l'auteur du sujet a cherché à se ramener à une équation scalaire grâce à l'intégrale première de l'énergie – cf. la question préliminaire 2.

Les parties III et IV ont été fort mal traitées, dans l'ensemble. Faute d'avoir répondu correctement à la question IIIB, plus de 50% des candidats trouvent, à la question IIIC, la réponse erronée  $f''(e) \geq 0$ . Dans la partie IV, seules les questions IVA et IVB ont été abordées à peu près systématiquement, avec, dans plus de 50% des cas, des réponses correctes.