

Mathématiques 1

Présentation du sujet

Cette année, le sujet traitait des séries de Fourier, outil fréquemment utilisé dans les sciences de l'ingénieur. Plus précisément, le problème amenait à étudier les propriétés des coefficients de Fourier d'une fonction donnée : forme intégrale, développement en série entière, équation différentielle suivie, étude asymptotique, étude des zéros.

Les notions abordées constituent une part importante du programme d'analyse : séries de Fourier et séries entières, séries alternées, interversion série-intégrale, équations différentielles ...

Analyse globale des résultats

Bien que d'une longueur raisonnable, le sujet a permis un bon étalement des notes.

Les meilleurs résultats ont été obtenus par les élèves précis dans leur raisonnement et concis dans la rédaction. Trop de candidats restent superficiels dans le traitement des questions oubliant des points clés dans leurs démonstrations. Certains peuvent donc avoir abordé toutes les questions mais obtenir une note très moyenne. Bien sûr les élèves ne maîtrisant pas les points fondamentaux du programme d'analyse ont été lourdement handicapés.

Commentaires sur les réponses apportées et conseils aux candidats

Nous proposons ci-dessous une liste de remarques concernant les difficultés les plus fréquemment rencontrées dans les copies. Beaucoup de ces erreurs sont récurrentes et devraient être évitées par les élèves les mieux préparés. D'autres sont plus inquiétantes car elles résultent d'un manque de maîtrise des objets mathématiques de base (fonctions, équations, convergences ...).

De nombreux élèves ne distinguent pas les propriétés de la fonction exponentielle réelle de celles de la fonction exponentielle imaginaire : positivité, croissance, croissances comparées ... On trouve aussi des fonctions exponentielles paires ou tendant vers zéro en l'infini ...

La formule de Parseval est souvent appliquée sans module ce qui donne pourtant un résultat clairement absurde.

La formule du binôme de Newton est souvent mal appliquée à cause d'un simple signe moins devant l'un des termes.

L'intégrale d'une fonction périodique sur sa période n'est pas nécessairement nulle.

La méthode de variation des constantes est assez bien connue même si certains se contentent juste d'appliquer la même méthode que pour la variation d'une constante.

Une série entière n'est pas un polynôme. Une somme infinie de fonctions continues n'est pas nécessairement continue.

Quelques candidats appliquent encore le critère de d'Alembert sans passer à la limite.

Dans la question **II.A**, il fallait absolument préciser par rapport à quelle variable (x ou t) et sur quel domaine il y avait convergence normale. Une simple invocation de la notion ne peut pas suffire à justifier l'interversion effectuée.

Il ne faut pas confondre la norme de la convergence uniforme avec celle de la convergence en moyenne quadratique.

Trop d'élèves majorent des expressions sans mettre de valeurs absolues ou de modules.

Il ne faut pas confondre fonction non nulle et fonction ne s'annulant pas.

Les noms des mathématiciens désignant des théorèmes importants sont souvent mal orthographiés (Dirichlet, Parseval).

Il semble donc important de rappeler que le barème d'évaluation, très précis, prend en compte la précision et la justification des raisonnements et des calculs et ne se contente pas d'une notation des résultats.

Par ailleurs, bon nombre d'erreurs peuvent être évitées par une simple relecture et une petite prise de recul.

Conclusions

Le sujet de cette année, bien que basé sur les séries de Fourier, proposait plus un exercice de style autour des notions du programme que la résolution d'une problématique précise. Sa longueur et sa difficulté très raisonnables ont néanmoins permis une hiérarchisation nette des candidats. Certains d'entre eux ont pu montrer leur maîtrise du programme alors que d'autres ont bloqué sur des questions élémentaires. Ce format de sujet est donc à conserver.

Il est aussi utile de rappeler que la connaissance du cœur du programme, du bon sens et de la rigueur dans le raisonnement permettaient de traiter correctement le sujet.