

# EPREUVE DE MATHEMATIQUES 1

Durée : 4 heures

## PRESENTATION DU SUJET

**Epreuve de quatre exercices d'une durée de 4 heures**

**4477 copies, avec une moyenne de 9.03 sur 20 et un écart type de 3.81**

L'épreuve était constituée de quatre exercices, de profils très différents, destinés à tester plusieurs compétences et divers types de raisonnements. Les candidats devaient utiliser des connaissances relatives à différentes parties des programmes de mathématiques et d'informatique.

Il était demandé aux candidats de répartir équitablement leur travail entre les quatre exercices proposés : le barème en a tenu compte. Malheureusement, beaucoup n'ont pas respecté cette consigne et n'ont pas assez abordé les trois exercices de mathématiques.

## ANALYSE PAR PARTIE

**Exercice 1 :** L'égalité des dimensions est souvent oubliée pour justifier l'équivalence entre injectif et surjectif ; seul est cité le caractère fini des dimensions. Beaucoup d'erreurs sur la matrice de changement de bases dans la question 3.1. Un nombre non négligeable de candidats trouvent des espaces propres nuls, des matrices de passage équivalentes à l'identité ou avec une ligne ou une colonne nulle : un commentaire sur l'absurdité du résultat serait apprécié. Des candidats parlent de la linéarité des polynômes, ou arguent qu'une somme d'éléments non nuls est forcément non nul.

A noter que trop de candidats ont une lecture superficielle de l'énoncé : ils oublient qu'à la question 4.1. on est dans le cas général. Ne pas oublier que la matrice d'un endomorphisme dépend des bases dans lesquelles on l'écrit. Trop de confusions entre le cardinal d'une famille de vecteurs et la dimension du sous-espace qu'elle engendre.

**Exercice 2 :** Pour trop de candidats, l'intégrale d'un produit est le produit des intégrales... ! et la fonction tend vers 0 en l'infini quand l'intégrale est convergente.

Les questions d'intégrabilité sont mal traitées : oubli quasi systématique des valeurs absolues, ou encore que l'inégalité de Cauchy-Schwarz donnerait de l'intégrabilité.

Il y a souvent confusion entre intégrabilité et convergence de l'intégrale. Un grand nombre d'étudiants manipulent des intégrales impropres sans en avoir vérifié (et donc justifié) la convergence.

Les intégrations par parties ne sont pas toujours justifiées.

On regrette des raisonnements du type :  $n$  équivaut à  $n+1$  dont l'intégrale  $J_n$  équivaut à une intégrale de  $n$  à  $n$ , donc à 0.

**Exercice 3 :** Nous avons souvent constaté des recopiations de l'énoncé avec des linéarités de l'espérance mal utilisées. Globalement, on voit une énorme confusion dans les objets : des sommes jusqu'à  $T$  alors qu'on a pris l'espérance, une confusion entre éléments de l'univers et valeurs de la v.a., etc.

#### **Exercice 4 :**

Partie A : De façon étonnante, moins de 50 % des candidats ont traité l'existence du point fixe correctement : beaucoup de théorèmes y sont passés ; Rolle, Heine, égalité des AF, inégalité des AF, Bolzano-Weierstrass ...

Il semble que le manque de rigueur pénalise les candidats : ils connaissent le TVI, la dichotomie et les tris et ont du mal à restituer correctement leurs connaissances.

Les programmes manquent de commentaire en général. Rappelons qu'il est dangereux de modifier les arguments d'un programme et cela a été pénalisé.

Pour le tri par insertion, trop de candidats appellent la recherche dichotomique avant leur boucle qui ne sert donc à rien.

Partie B : Beaucoup de candidats n'ont pas compris ce qu'on leur demandait. Trop peu de copies démontrent la complexité.

D'une façon générale, il y a souvent confusion entre écriture mathématique et code (fractions, variables avec indice).

#### **CONCLUSION**

Pour trop de candidats l'assimilation trop superficielle du cours de mathématiques ne leur permet pas de prendre un minimum de recul sur les exercices qui leur sont proposés et manquent par suite de rigueur dans leur rédaction.

Beaucoup trop de candidats donnent des résultats (quelquefois bons...) sans preuve : aucun argument, aucune démonstration... Il est bon de rappeler qu'en sciences, en particulier en mathématiques, il ne suffit pas d'énoncer un fait pour qu'il soit vrai... Encore faut-il le prouver...!!

Pour les questions d'algorithmique précisons que l'on veut des programmes commentés, préciser quelles sont les données (variables d'entrée) et ce que l'on veut exactement en sortie (une liste, un couple de réels, ...).

Ainsi, l'épreuve d'exercices permet de balayer le programme de la filière PSI en mathématiques et algorithmique. Elle permet de vérifier les compétences d'adaptabilité des candidats qui doivent mettre en œuvre les compétences acquises au cours des deux années de CPGE

Rappelons que chaque exercice possède une progressivité propre qui permet de classer efficacement les candidats. Les futurs candidats qui veulent réussir cette épreuve doivent s'y préparer :

- en apprenant à gérer de façon équilibrée leur temps entre les différents exercices,
- en s'appuyant sur des connaissances solides,
- en maîtrisant les techniques de calcul élémentaires.