

## 1.2 Mathématiques 1 - filière MP

### 1.2.1 Généralités et présentation du sujet

Le sujet portait sur l'analyse et les probabilités, avec des utilisations conséquentes de techniques d'analyse asymptotique au programme de première année.

On trouvait également une application du théorème de convergence dominée et des questions sur les théories de l'intégration et des probabilités, le tout assurant une bonne couverture du programme d'analyse et de probabilités de la filière MP.

Le problème consistait, pour sa partie principale, en la démonstration du théorème de Moivre-Laplace, théorème important de probabilités qui décrit le comportement limite d'une suite de variables aléatoires  $(X_n)_{n \in \mathbb{N}}$  qui suivent des lois binomiales  $\mathcal{B}(n, p)$ .

Cela donnait un sujet manifestement trop long, surtout pour une épreuve de trois heures, mais comme il était progressif, un barème adapté, attribuant peu de points aux dernières questions, a permis d'obtenir une moyenne d'épreuve correcte et un bon étalement des notes.

Cette répartition des points n'a lésé personne, les meilleures copies contenaient une résolution correcte des dix-sept premières questions et quelques éléments épars dans les cinq dernières, ce qui permettait d'avoir une excellente note.

Par contre, les candidats qui ont baclé les premières questions pour aller grappiller quelquefois jusqu'à la dernière n'y ont pas gagné.

Nous n'avons pas eu de cas de candidats qui négligent les premières questions et traite correctement les dernières, et qui auraient donc été défavorisés par le barème.

### 1.2.2 Analyse détaillée des questions

**Q1** - Le problème commençait par une question de cours, puisqu'on demandait de citer la formule de Stirling, ce qui a été fait correctement dans la quasi-totalité des copies, malgré l'absence de calculatrice. Pour la deuxième partie de la question, un certain nombre de candidats s'est contenté de dire que c'était la définition de l'équivalence de deux suites. Cela peut être donné comme deuxième définition, mais ici la rédaction de la question indiquait clairement qu'on attendait une démonstration à partir de la définition la plus classique,

$$u_n \sim v_n \text{ si } u_n = \epsilon_n v_n, \lim_{n \rightarrow +\infty} \epsilon_n = 1,$$

où

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n}{v_n} = 1,$$

qui était utilisable ici.

**Q2** - On retrouvait un peu le même problème dans cette question suivante, puisqu'il s'agissait d'établir que des fonctions étaient équivalentes. Il fallait surtout éviter d'utiliser un passage à la limite dans les inégalités mais avoir recours au théorème d'encadrement, toujours appelé théorème des gendarmes, appellation qui a la vie dure bien qu'elle ne soit plus dans les programmes depuis longtemps.

**Q3** - Cette question était un exercice classique, on attendait une rédaction impeccable : ne pas oublier de citer la continuité de la fonction intégrée, ni de préciser qu'elle était à valeurs positives quand on utilisait une majoration ou un équivalent.

**Q4** - À cette question, on trouvait quelques erreurs (heureusement assez rares) sur le développement limité de  $\ln(1 + x)$ .

On attendait ensuite des égalités justes, en évitant de donner un terme en  $x^3$  faux suivi d'un  $o(x^2)$ .

**Q5** - Cette question a été souvent abandonnée et traitée correctement par moins de 5% des candidats. Il suffisait de penser à étudier le bon quotient, mais cela n'avait en effet rien d'évident surtout dans le stress d'une épreuve en temps limité.

**Q6** - La première limite demandée se déduisait directement de la **Q2**, par contre la deuxième demandait un raisonnement plus soigneux, soit par une minoration, soit par une utilisation des  $o$ .

**Q7 et 8** - Ces questions étaient assez calculatoires et ne présentaient pas de difficultés importantes, elles ont été traitée plutôt correctement, mais souvent avec beaucoup de ratures.

**Q9** - Dans cette question on entrait dans le vif du sujet avec les probabilités, les performances restaient correctes, il fallait de bien préciser les valeurs de l'espérance et de la variance d'une loi binomiale puis les propriétés de l'espérance et de la variance utilisées.

**Q10** - La question ne présentait pas de difficulté, mais la qualité de la rédaction était variable.

**Q11** - On attendait, pour justifier que la fonction était en escalier, que l'on donne explicitement les intervalles sur lesquels elle était constante. On retrouvait dans la fin de la question les problèmes de confusion entre passage à la limite dans les inégalités et théorème d'encadrement.

**Q12** - En général il n'y avait que la première partie de cette question qui était abordée, avec un passage à la limite assez rarement justifié correctement. La deuxième partie ne se trouvait que dans les très bonnes copies.

**Q13** - La question pouvait effrayer, mais elle se résumait à bien utiliser les questions précédentes.

**Q14** - La question ne demandait que de la précision dans l'utilisation des équivalents.

**Q15** - La question présentait bien des analogies avec la **Q7**, mais dire « on fait comme à la **Q7** » ne suffisait pas.

**Q16** - La question demandait une rédaction rigoureuse dans l'utilisation du développement limité trouvé à la **Q4**.

**Q17** - Dans cette question, l'utilisation du théorème de convergence dominée semblait évidente, pourtant elle n'a pas fait l'unanimité et la condition de domination, qu'il fallait aller chercher à la question 8, a été très rarement bien traitée.

A partir de là nous n'avons plus trouvé de résolution complète, quelques très rares copies donnaient des éléments de réponses intéressants, la plupart ne contenaient que des tentatives éventuellement de grappillage.

### 1.2.3 Conclusions

En conclusion, on peut évoquer, comme l'année dernière, la présentation des copies. Du fait de la numérisation, certaines techniques de correction sont interdites, mais l'utilisation du brouillon reste autorisée, et même recommandée.

Il n'est pas question de faire une résolution complète au brouillon puis de recopier, mais il faudrait éviter de faire figurer toutes les tentatives sur la copie en raturant les échecs.

On peut imaginer ce que cela peut donner sur un calcul un peu long de développement limité, comme il y en avait dans le sujet de cette année.