1.2 Mathématiques 1 - filière MP

1.2.1 Généralités et présentation du sujet

Le but du problème était la démonstration, due à Hardy et Ramanujan, d'une formule asymptotique du nombre de décompositions d'un entier naturel en somme d'entiers naturels non nuls. Cela donnait un problème très long, mais qui abordait de nombreux points du programme d'analyse et de probabilités des classes préparatoires.

On aurait pu craindre que la longueur du sujet et la difficulté de certaines questions découragent les candidats, cela n'a pas été le cas, les copies étaient d'une longueur habituelle pour cette épreuve de trois heures.

On pouvait aussi redouter une tendance au grapillage, en raison du nombre de questions et de la présence de quelques points faciles vers la fin. En fait les copies abordaient principalement les quinze premières questions, et pratiquement personne ne dépassait la question vingt et un, probablement en raison des notations nombreuses et complexes introduites au début de la partie F.

1.2.2 Analyse détaillée des questions

La première question portait sur les séries entières. Elle était très classique mais il fallait éviter de parler de logarithme népérien d'un nombre complexe. Par ailleurs, le développement en série entière de la fonction $x \mapsto ln(1-x)$, $x \in]-1, 1[$ peut être considéré comme un résultat du cours, il n'est pas utile de le redémontrer.

À la question 2, l'emploi des séries entières était périlleux à cause des confusions entre la série en z et la série en t, et un raisonnement rigoureux supposait la détermination précise du rayon de convergence de la série entière en t. Les meilleurs résultats sur cette question ont été obtenus par ceux qui ont utilisé la dérivation d'une série de fonctions.

À la question 3, il s'agissait surtout d'éviter les inégalités et logarithmes de nombres complexes.

La question 4 sortait des sentiers battus, pourtant les performances ont été plutôt bonnes, mettant en évidence des capacités d'adaptation à une situation inhabituelle très intéressantes pour de futurs ingénieurs.

Les questions 5 et 6 étaient relativement difficiles, elles ont été traitées partiellement dans les meilleures copies et souvent pratiquement evitées dans les autres.

On retrouvait une technique classique à la question 7, puisqu'il s'agissait d'inverser une intégrale de Riemann et une somme. La convergence normale a été en général bien justifiée, mais le calcul de l'intégrale a quelquefois manqué de précision.

On passait ensuite aux questions 8 et 9, questions très techniques. Une proportion non négligeable de candidats a pris la décision de les éviter. Pourtant la question 8 était abordable. La disjonction à la fin de la question 9 a laissé perplexe la quasi-totalité des candidats. La question 9 a rencontré (heureusement rarement) les erreurs classiques pour l'intégrabilité de la fonction ϕ_α, mais cette première partie de la question a souvent été traitée correctement.

Le calcul de la dérivée de la question 10 a été plus décevant, quand il était fait, puisque dans de nombreuses copies il était tout simplement évité.

Bien que technique et un peu longue, la question 11 ne présentait pas de difficulté majeure, elle a été souvent abordée mais rarement traitée complètement. Le barème a prévu une évaluation précise des solutions partielles.

On pouvait traiter la question 12 de manière complètement indépendante et les correcteurs ont constaté chez les candidats sérieux une bonne maîtrise du théorème d'inversion dont la mise en œuvre était ici très simple.

À la question 13 on ne connaissait ni Ω, ni A, donc une somme indexée sur l'un ou l'autre de ces ensembles n'avait pas de sens. Les bonnes utilisations du théorème de transfert pour se ramener à une somme indexée par les entiers naturels étaient rares et la question très souvent ignorée.

Les questions 14 et 15 utilisaient le théorème de transfert, puis la série géométrique pour la première, et des résultats très classiques sur la dérivation des séries de fonctions pour la deuxième. Les candidats qui sont arrivés jusque là, souvent parce qu'ils avaient évité pas mal de questions auparavant, les ont en général bien réussies, les pertes de points provenant de justifications insuffisantes (oubli d'évoquer le théorème de transfert par exemple).

Les questions 16, 17 et 18, un peu trop techniques, ont été peu abordées et encore moins réussies, mais la route commençait à être longue pour arriver jusque là.

La question 19 repose sur l'inégalité de Cauchy-Schwarz, nous l'avons trouvée dans quelques copies.

Les correcteurs s'attendaient à un phénomène de grapillage sur le début de la question 20, cela n'a pas été le cas, les copies dans lesquelles on ne trouvait rien après la question 10 et le début de la question 20 étaient rares et en général nulles, les bonnes performances n'ont pas été réalisées par des candidats qui ont traité (en général très mal) une question de temps en temps. La fin de la question n'a pas été traitée.

La question 21 a été abordée par une minorité de candidats.

La partie F commençait par une série de notations assez complexes qui ont joué un rôle de barrière infranchissable. On avait prévu des grapilleurs à la question 25. Le phénomène est resté très marginal. Les cinq dernières questions étaient peu cotées et n'ont joué aucun rôle dans la sélection.

1.2.3 Conclusions

En conclusion, ce problème, en dépit de sa longueur, a bien joué son rôle de classement, aussi bien par les connaissances et la maîtrise du programme (on balaye presque complètement les parties d'analyse et de probablités) que par la gestion stratégique du temps et de l'énoncé. Le conseil principal que l'on peut donner aux futurs candidats face à un sujet très long est d'éviter de survoler le problème, et de se concentrer sur des parties précises. On voyait des notes supérieures à la moyenne de l'épreuve avec 10 questions abordées et une note proche de 0 avec 20 questions abordées.