. 1.2.C - MATHEMATIQUES 1 - filière PSI

I) REMARQUES GENERALES

Le sujet de cette année portait sur la marche aléatoire symétrique et notamment l'étude de la loi du temps de retour en 0, en utilisant un théorème taubérien pour quantifier certaines vitesses de convergence. A priori, il n'y avait pas de difficultés majeures ni d'un point de vue calculatoire, ni d'un point de vue conceptuel. Pourtant les résultats globaux ont été assez décevants. Voici par question le taux de succès, exprimé en pourcentage, calculé comme le rapport de la moyenne des notes pour une question divisé par le nombre de points attribués à cette question.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
40	4	88	17	68	15	32	28	25	20	21	85	8	15	32	18	36	15	8	5	5	2

Peu d'étudiants ont su des questions « simples » comme la question 2, qui se résumait à une composition de limites, ou la question 4 qui utilisait exclusivement la linéarité du passage à la limite et de l'intégrale. Vous avez certes appris énormément de choses dans ces années de préparation, ce n'est pas une raison pour perdre toute lucidité le jour du concours et oublier les éléments les plus basiques !

2) REMARQUES PARTICULIERES

Question 1 : presque tous les candidats ont pu écrire le DSE correctement mais que de fois où soudainement, d'une ligne à l'autre, les calculs s'arrangent miraculeusement pour aller chercher le résultat demandé. Rappelons que ce genre d'attitude est systématiquement mis à jour par les correcteurs et n'incite pas à l'indulgence dans les questions ultérieures.

Question 2 : presque jamais traitée alors qu'il suffisait de calculer une composition de limite.

Question 3 : la question la mieux appréhendée de tout le sujet.

Question 4 : encore une fois, un manque de lucidité criant : l'identité est vraie pour les monômes, par linéarité, elle l'est pour les polynômes.

Question 5 : généralement bien traitée mais tout de même, attention à ne pas passer une demi-page à justifier que la fonction nulle est intégrable au voisinage de l'infini. Certes, c'est un $o(1/t^2)$ mais cela démontre encore une fois un manque de recul sur le déroulement de l'épreuve.

Question 6 : que d'horreurs sur cette question alors qu'il suffisait de voir qu'à partir d'un certain rang, dépendant de x, le terme général de la série était nul.

Question 7 : généralement bien traitée. Attention toutefois à ne pas écrire que la somme d'une série est équivalente à quelque chose, c'est la suite des sommes partielles qui a un équivalent.

Question 8 et 9: bien traitées par la majorité de ceux qui les ont abordées.

Question 10 et 11 : deux vraies questions d'analyse qui ont mis en difficulté beaucoup de candidats. Il fallait séparer l'évolution en n des bornes de celle du terme médian. Dans la 10, les limites des deux bornes induisaient l'inégalité en revenant à la définition de la notion de limite en terme d'epsilon. Dans la 11, il fallait faire tendre alpha et beta vers 1, indépendamment de epsilon et n, puis en déduire la convergence voulue.

Question 12 : bien traitée dans l'immense majorité des cas.

Question 13 : mal traitée dans l'immense majorité des cas. Rappelons qu'au delà de l'application des théorèmes d'analyse à de nouveaux contextes, l'objectif de l'enseignement de probabilités est de comprendre les notions de loi et d'indépendance. La question 12 prouve que le n-uplet de variables $(X_1,\ldots, X_{n-k})$ a même loi que le n-uplet $(X_{k+1},\ldots, X_n)$. Comme dans les deux cas, $(S_1,\ldots, S_{n-k})$=theta$(X_1,\ldots, X_{n-k})$ et $(S_{k+1},.., S_n)$=theta$(X_{k+1},\ldots, X_n)$, l'égalité des lois de $(S_1,\ldots, S_{n-k})$ et $(S_{k+1},.., S_n)$ s'en déduit, sans que l'on ait besoin de vérifier que theta est bijective !

Question 14 : tous ceux qui ont prétendu que les variables $(S_k,S_{k+1},.., S_{n+k+1})$ étaient indépendantes ont évidemment récolté un magnifique zéro à la question. Il fallait prendre la précaution de réécrire l'événement étudié $(S_k=0, S_{k+1}-S_k \neq 0,\ldots)$, ce qui permettait en vertu du lemme des coalitions, de se ramener à deux événements indépendants $(S_k \neq 0)$ d'une part et $(S_{k+1}-S_k \neq 0,\ldots)$ d'autre part, pour ensuite utiliser la question précédente.

Question 15 : le jury a fait preuve d'une grande mansuétude envers tous ceux qui ont écrit que les A_n^k formaient un système complet sans trop d'explications complémentaires mais il est peu probable que cela se reproduise à l'avenir. Les probabilités, pas plus que la géométrie, ne sont le domaine du « on voit bien que ». Les hypothèses des théorèmes doivent être dûment vérifiées à l'instar des usages en algèbre ou en analyse.

Question 16 : avant d'appliquer le produit de Cauchy, encore fallait-il vérifier la convergence absolue des séries en jeu.

Question 17 : question relativement bien traitée mais encore une fois, attention à ne pas laisser des probabilités négatives ou plus grandes que 1.

Question 18 : question bonus pour ceux qui avaient trouvé le résultat correct à la question précédente.

Question 19 : il fallait appliquer un certain nombre des questions précédentes et faire attention aux constantes de normalisation.

Question 20 à 22 : trop rarement abordées pour que l'on puisse en dire quelque chose.

Globalement, les questions techniques sans difficulté conceptuelle sont correctement traitées mais dès qu'un soupçon d'abstraction apparaît, les résolutions se font rares et de plus en plus hasardeuses. Il est aussi apparent que pour certains un manque de dextérité calculatoire les empêche de voir les énormités scientifiques qu'ils profèrent : probabilités négatives ou plus grandes que 1, intégrales de fonctions positives qui sont nulles voire négatives, etc.