

ÉCOLE NATIONALE DES PONTS ET CHAUSSÉES.  
ÉCOLES NATIONALES SUPÉRIEURES DE L'AÉRONAUTIQUE ET DE L'ESPACE,  
DE TECHNIQUES AVANCÉES, DES TÉLÉCOMMUNICATIONS,  
DES MINES DE PARIS, DES MINES DE SAINT-ÉTIENNE, DES MINES DE NANCY,  
DES TÉLÉCOMMUNICATIONS DE BRETAGNE,  
ÉCOLE POLYTECHNIQUE (FILIÈRE TSI)

CONCOURS D'ADMISSION 2009

### SECONDE ÉPREUVE DE PHYSIQUE

#### Filière MP

(Durée de l'épreuve: 3 heures)

L'usage de la calculatrice est autorisé

**Sujet mis à disposition des concours : ENSAE (Statistique), ENSTIM, INT, TPE-EIVP, Cycle international**

*Les candidats sont priés de mentionner de façon apparente sur la première page de la copie :*

*PHYSIQUE II — MP.*

*L'énoncé de cette épreuve comporte 7 pages.*

- Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il est invité à le signaler sur sa copie et à poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il aura été amené à prendre.
- Il ne faudra pas hésiter à formuler les commentaires (incluant des considérations numériques) qui vous sembleront pertinents, même lorsque l'énoncé ne le demande pas explicitement. Le barème tiendra compte de ces initiatives ainsi que des qualités de rédaction de la copie.

## OSCILLATIONS DE PUISSANCE À HAUTE FRÉQUENCE

L'énoncé de cette épreuve comporte deux parties complètement indépendantes. Les vecteurs sont représentés en caractères gras :  $\mathbf{v}$ ,  $\mathbf{E}$ . Un système d'axes orthonormés direct  $Oxyz$  est associé à la base cartésienne ( $\mathbf{e}_x$ ,  $\mathbf{e}_y$ ,  $\mathbf{e}_z$ ). Pour toute grandeur  $a$ , on note  $\dot{a} = da/dt$ .

Historiquement, les tubes à vide et à faisceaux d'électrons (qui ont donné son nom à l'*électronique*) ont progressivement été remplacés par des composants à semi-conducteurs (diodes, transistors, etc.). Toutefois, les tubes à circulation d'électrons dans le vide (klystron, magnétron) restent d'un emploi courant dans le domaine des hautes fréquences et des fortes puissances. Ce problème décrit ces deux dispositifs toujours largement utilisés.

### I. — Le magnétron, oscillateur hyperfréquences

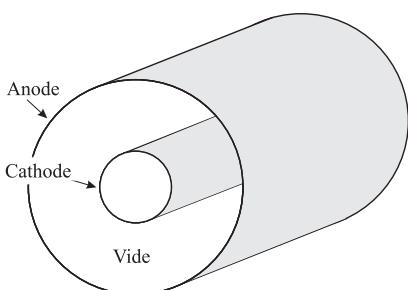


FIG. 1 – Le magnétron (vue d'ensemble)

Un magnétron (système équipant tous les fours à micro-ondes) est constitué d'un tube à vide et de deux électrodes, cylindriques et coaxiales. Un champ électrique intense règne dans l'espace inter-électrodes, et les électrons, émis par la cathode centrale, se dirigeront vers l'anode externe à grande vitesse si le champ magnétique était absent (fig. 1). On impose un champ magnétique stationnaire qui, courbant les trajectoires électroniques, les amène à rester contenues dans l'espace inter-électrodes.

Les électrons acquièrent alors des trajectoires rapidement tournantes et leur passage devant des cavités résonantes provoque l'apparition, dans celles-ci, de champs électromagnétiques rapidement variables. Dans les fours à micro-ondes à usage domestique, la fréquence d'émission est normalisée à  $f_0 = 2,45$  GHz. Le rayonnement micro-onde est alors conduit vers la zone à chauffer par un guide d'ondes. Le magnétron a été inventé par le physicien américain ALBERT HULL en 1921 et perfectionné par le physicien japonais KINJIRO OKABE en 1928. Il a été mis en application dès la seconde guerre mondiale comme source d'ondes de haute fréquence pour les systèmes radar en Grande-Bretagne. Ce qui suit n'est pas une description complète du magnétron, mais seulement une mise en équations de certains mouvements possibles des électrons dans le magnétron. En cas de besoin on rappelle l'expression des opérateurs divergence et gradient dans le système de coordonnées associé à la base cylindrique  $\{\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\theta, \mathbf{e}_z\}$  représentée sur la figure 2

$$\text{Pour tout champ de vecteur } \mathbf{K} \in \mathbb{R}^3, \text{ div} \mathbf{K} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \mathbf{K} \cdot \mathbf{e}_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (\mathbf{K} \cdot \mathbf{e}_\theta) + \frac{\partial}{\partial z} (\mathbf{K} \cdot \mathbf{e}_z)$$

$$\text{Pour tout champ scalaire } f(r, \theta, z), \text{ grad } f = \frac{\partial f}{\partial r} \mathbf{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \mathbf{e}_\theta + \frac{\partial f}{\partial z} \mathbf{e}_z$$

Dans tout ce problème on négligera le poids des électrons.

### I.A. — Le magnétron sans champ magnétique

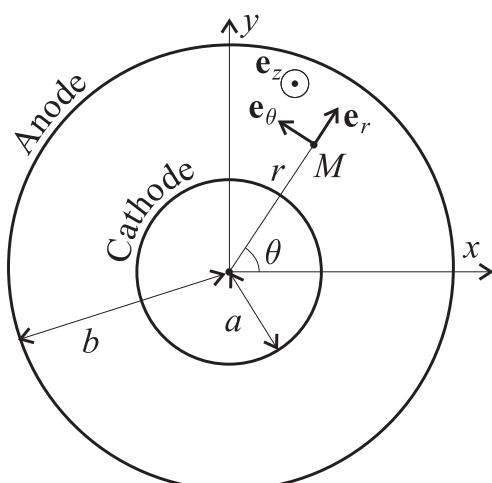


FIG. 2 – Le magnétron (vue de face)

Le schéma de la figure 2 représente la cavité, vide, comprise entre l'électrode interne (cathode), cylindrique de rayon  $a$ , portée au potentiel nul, et la cavité externe, cylindrique de rayon  $b > a$ , portée au potentiel constant  $V_0 > 0$ . On considère un point  $M$ , de coordonnées cylindriques  $(r, \theta, z)$  dans la base  $\{\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\theta, \mathbf{e}_z\}$ , représenté sur la figure 2.

- 1 — En négligeant tout effet de bord, déterminer le potentiel électrostatique  $V(r)$  en  $M$  situé dans l'espace inter-électrodes, supposé vide.
- 2 — Des électrons sont émis au niveau de la cathode par effet thermoélectronique à vitesse initiale négligeable. Quelle est leur trajectoire ? Exprimer  $\dot{r} = dr/dt$  pour un électron situé en  $M$  en fonction de  $r$ , de sa charge  $-e$ , de sa masse  $m$  et des quantités  $V_0$ ,  $a$  et  $b$ .

- 3 — Exprimer la durée  $\tau$  du trajet de la cathode à l'anode. On posera  $f(u) = \int_1^u \frac{dx}{\sqrt{\ln x}}$ .

### I.B. — Le magnétron vide, avec un champ magnétique.

On considère toujours que l'espace inter-électrodes est vide, soumis à la même répartition  $V(r)$  de potentiel électrostatique que celle décrite à la question 1 ; on lui superpose le champ magnétostatique  $\mathbf{B} = B_0 \mathbf{e}_z$ , uniforme et stationnaire, orthogonal au plan de la figure 2.

- 4 — Montrer que la trajectoire d'un électron, émis au niveau de la cathode sans vitesse initiale, est plane. On pourra décrire ce mouvement en coordonnées polaires  $(r, \theta)$ , en projection sur la base polaire  $(\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\theta)$ . Montrer que l'énergie mécanique de cet électron est conservée. En déduire une constante du mouvement sous la forme d'une relation entre  $r$ ,  $\dot{r}$ ,  $\dot{\theta}$ ,  $V_0$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $e$  et  $m$ .
- 5 — En écrivant le théorème du moment cinétique pour le mouvement de l'électron, déduire l'existence d'une autre constante du mouvement faisant apparaître  $B_0$ .

□ 6 — On appelle *champ de coupure* la valeur minimale  $B_c$  du champ magnétique  $B_0$  que l'on doit imposer pour qu'aucun électron ne puisse atteindre l'anode. Exprimer  $B_c$  en fonction de  $a$ ,  $b$ ,  $V_0$ ,  $e$  et  $m$ . Donner l'expression approchée de  $B_c$  si  $b \gg a$ ; cette relation porte le nom d'*équation de HULL*. On note  $\omega$  la valeur prise par la vitesse angulaire  $d\theta/dt$  au moment où l'électron est le plus éloigné de la cathode, à la distance  $r_0 < b$  de l'axe du magnétron, et  $\omega_c$  la valeur particulière de  $\omega$  si  $r_0 \rightarrow b$ . Exprimer  $\omega_c$  en fonction de  $e$ ,  $V_0$ ,  $m$  et  $b$ .

### I.C. — Le magnétron, avec charge d'espace et champ magnétique.

On étudie un mode particulier de fonctionnement du magnétron (mode de BRILLOUIN) dans lequel tous les électrons qui ne sont pas dans le voisinage immédiat de la cathode ont un mouvement circulaire d'axe  $Oz$  à la même vitesse angulaire  $\omega_B$ . Les potentiels des électrodes de rayon  $a$  et  $b$  sont inchangés, le champ magnétique est toujours constant et selon  $\mathbf{e}_z$ .

□ 7 — Montrer que le mode de BRILLOUIN n'est pas compatible avec le potentiel électrostatique issu de l'hypothèse d'un espace interélectrode vide. Expliquer pourquoi la prise en compte d'une charge dans l'espace interélectrode peut éventuellement permettre d'obtenir un mode de BRILLOUIN.

□ 8 — Déterminer l'expression du potentiel  $V(r)$  entre les électrodes qui permet d'obtenir le mode de BRILLOUIN idéal, c'est-à-dire celui pour lequel tous les électrons sont en mouvement circulaire à vitesse angulaire  $\omega_B$  constante. On exprimera  $V(r)$  en fonction de  $V_0$ ,  $r$ ,  $a$  et  $b$  et on constatera que ce mode ne peut être obtenu que pour une valeur particulière  $B_B$  du champ magnétostatique que l'on déterminera en fonction de  $\omega_B$ ,  $e$ ,  $m$ ,  $V_0$ ,  $a$  et  $b$ .

□ 9 — On considère toujours que les électrons sont émis à vitesse nulle à la cathode. Montrer que pour un mode de BRILLOUIN idéal, seuls les électrons situés loin de la cathode ( $r \gg a$ ) possèdent approximativement l'énergie mécanique qu'ils avaient au moment de leur émission. Exprimer pour ces électrons périphériques  $B_B$  et  $\omega_B$  en fonction de  $e$ ,  $m$ ,  $b$  et  $V_0$ .

□ 10 — On donne  $b = 5$  mm,  $m = 9,1 \times 10^{-31}$  kg et  $e = 1,6 \times 10^{-19}$  C. Comment choisir  $V_0$  pour obtenir des oscillations périphériques de fréquence  $\omega_B/(2\pi) = 2,45$  GHz ? Quelle doit être la valeur de  $B_B$  ?

### FIN DE LA PARTIE I

## II. — Le klystron, amplificateur hyperfréquence

Cette partie décrit le principe de fonctionnement du *klystron à deux cavités*, dispositif amplificateur de tension hyperfréquences inventé en 1937 par WILLIAM HANSEN, RUSSELL et SIGURD VARIAN. Le fonctionnement du klystron à deux cavités est fondé sur la modulation de vitesse d'un faisceau d'électrons. Ses inventeurs décrivaient le principe du klystron au moyen de l'analogie suivante : « *imaginez un flot continu de véhicules circulant de San Francisco à Palo Alto ; si les voitures quittent San Francisco à intervalles réguliers et avec la même vitesse, alors, jusqu'à leur arrivée à Palo Alto, elles seront régulièrement espacées et on observera un flux uniforme de véhicules. Mais supposez que, d'une manière quelconque, la vitesse de certaines voitures puisse être légèrement augmentée à leur départ de San Francisco, tandis que d'autres seraient légèrement ralenties. Alors, au fur et à mesure de leur trajet, les voitures rapides rattraperont les plus lentes et elles formeraient des paquets. Ainsi, si la vitesse des voitures est assez différenciée et la durée du trajet suffisante, le flux uniforme serait transformé. Dans le cas idéal, l'arrivée à Palo Alto se produirait en groupes clairement définis* » . De la même façon, dans un tube à électrons, le contrôle du flux d'électrons peut suivre le même principe de « formation de paquets » par modulation de la vitesse plutôt que par un contrôle direct du flux par une électrode de sortie.

Le klystron est un tube à électrons (particules de masse  $m$  et de charge  $-e$  supposées non relativistes dans tout le problème) utilisé en *modulation de vitesse*, décrit sur la figure 3. Les électrons sont émis dans le vide qui règne dans la cavité par effet thermoélectronique dans un canon à électrons formé

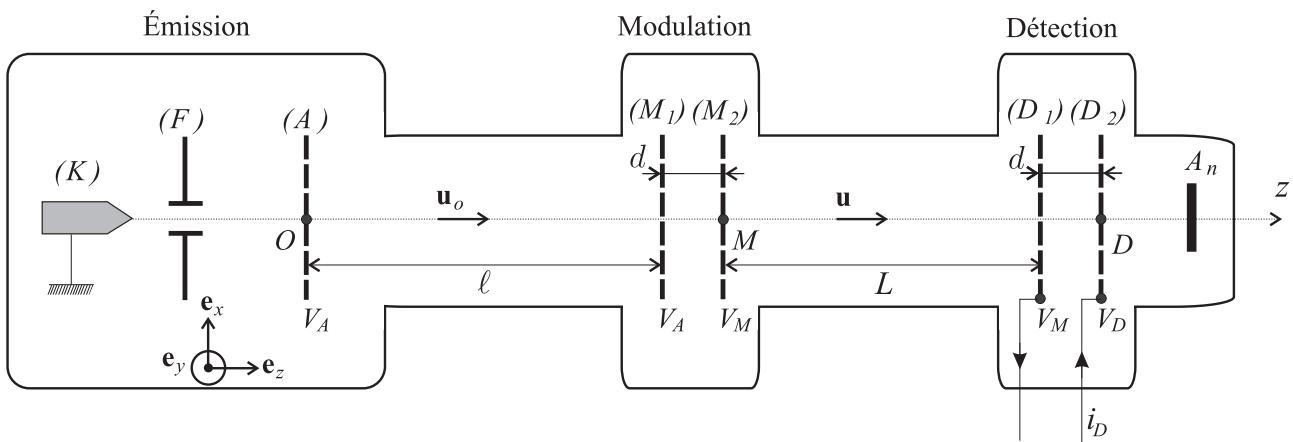


FIG. 3 – Principe du klystron à deux cavités

d'une cathode chauffée ( $K$ ), portée au potentiel  $V_K = 0$ , d'une grille de focalisation ( $F$ ) et d'une grille d'accélération ( $A$ ) portée au potentiel constant  $V_A > 0$ . La sortie des électrons de la cathode chauffée se fait à l'abscisse  $z_K < 0$ , à vitesse initiale négligeable.

Après la traversée de la grille d'accélération, positionnée à l'abscisse  $z_A = 0$ , les électrons forment un faisceau homocinétique, de vitesse  $\mathbf{u}_0 = u_0 \mathbf{e}_z$ , colinéaire à l'axe du klystron. Ils atteignent deux grilles dites de modulation, ( $M_1$ ) et ( $M_2$ ) séparées par la distance  $d$  et respectivement portées aux potentiels  $V_A$  et  $V_M = V_A + V_0 \sin(\omega t)$ . La fréquence  $f = \omega / (2\pi)$  est imposée par un oscillateur non décrit ici. On désigne par  $\ell + d$  la distance  $OM$  et l'on suppose que  $d \ll \ell$  (voir figure 3).

À la sortie de la zone de modulation, les électrons de vitesse  $\mathbf{u} = u \mathbf{e}_z$  traversent un *espace de glissement* de longueur  $L$  avant d'atteindre les grilles de *détection*, ( $D_1$ ) et ( $D_2$ ) séparées par la distance  $d$  et respectivement portées aux potentiels  $V_M$  et  $V_D$ ; on suppose que  $d \ll L$  (voir figure 3). Enfin, une anode  $A_n$  collecte les électrons qui ont traversé le système sans être interceptés.

Dans tout le problème, on notera  $I(z, t)$  le courant électrique qui circule, à l'instant  $t$  et à la cote  $z$ , dans une section droite du tube orientée dans le sens des  $z$  décroissants de sorte que  $I(z, t)$  soit positif. On néglige tout champ magnétique et l'on suppose que le potentiel électrique qui règne dans le tube n'est fonction que de  $z$  et du temps  $t$  :  $V = V(z, t)$ ; pour cette raison, à partir de la question 13, le champ électrique dans le tube sera noté  $\mathbf{E} = E(z, t) \mathbf{e}_z$ .

## II.A. — Étude du faisceau d'électrons dans le tube

Dans la région  $0 < z < \ell$ , on notera  $I_0 = I(z)$  le courant électrique qui traverse le tube ; le faisceau électronique est supposé cylindrique, de rayon  $a$ , de section  $s = \pi a^2$ . On pourra utiliser les coordonnées cylindriques  $(r, \theta, z)$  exprimées dans la base cylindrique locale  $\{\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\theta, \mathbf{e}_z\}$  représentée sur la figure 4.

□ 11 — Représenter sur un schéma le sens du courant  $I_0$ . Exprimer  $I_0$  en fonction de  $a$ ,  $u_0$  et de la charge volumique électronique  $\rho$ , supposée uniformément répartie dans le cylindre. Montrer que le champ électrique  $\mathbf{E}_c$  créé par cette distribution cylindrique de charges ne dépend que de la distance radiale  $r$  à l'axe du cylindre. En déduire l'expression de  $\mathbf{E}_c(r)$  en fonction de  $r$ , de la permittivité du vide  $\epsilon_0$  ainsi que de  $I_0$ ,  $u_0$ , et  $a$ .

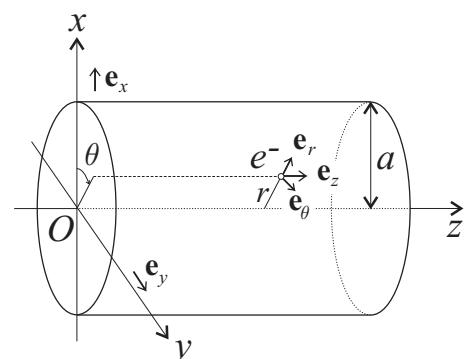


FIG. 4 – Coordonnées cylindriques

□ 12 — On considère qu'un électron situé à la périphérie du faisceau évolue dans le champ uniforme  $\mathbf{E}_c(a)$ . Calculer la déviation radiale  $\Delta r$  qu'il subit en fonction de  $e, m, \mathbf{E}_c(a)$  et de  $\tau = \ell/u_0$  la durée du trajet d'un électron périphérique entre  $(A)$  et  $(M_1)$ . En déduire que l'on ne peut considérer que le faisceau d'électrons reste approximativement cylindrique qu'à une certaine condition, que l'on écrira sous la forme  $I_0 \ll I_1$ . On exprimera  $I_1$  en fonction de  $m, e, a, u_0, \epsilon_0$  et  $\ell$ . On dira alors que l'on néglige la *défocalisation du faisceau*. On fera cette approximation dans toute la suite du problème.

□ 13 — Exprimer, en fonction de  $I_0, u_0, s$  et  $\epsilon_0$ , l'équation différentielle qui régit les variations de  $E(z, t)$  en fonction de  $z$  dans la région  $0 < z < \ell$ . En déduire le potentiel  $V(z, t)$  en fonction  $V_A, I_0, u_0, s, \epsilon_0, z$  et  $\ell$ . À quelle condition (exprimée sous la forme  $I_0 \ll I_2$ ) peut-on considérer que  $V(z, t)$  est uniforme dans cette région ? On exprimera  $I_2$  en fonction de  $V_A, s, u_0$  et  $\ell$ . Expliquer pourquoi cette approximation consiste à *négliger la charge d'espace* dans le tube. On fera cette approximation dans toute la suite du problème.

□ 14 — Déterminer l'expression de  $V(z)$  pour  $z_K < z < \ell + d + L$  et tracer la courbe correspondante.

□ 15 — Déterminer la vitesse  $u$  des électrons qui traversent la grille de modulation  $(M_2)$  à l'instant  $t$ , on l'exprimera en fonction de  $u_0, \omega, t$  et de  $\beta = V_0/2V_A$ . Donner une expression approchée de  $u$  lorsque  $\beta \ll 1$  ; on se placera dans ce cas dans toute la suite du problème.

□ 16 — Expliquer pourquoi le générateur qui alimente les grilles de modulation ne fournit, en moyenne aucune énergie. Quelles causes consommatrices de puissance, non prises en compte dans ce qui précède, pouvez-vous imaginer au niveau du dispositif de modulation ?

## II.B. — Étude de la modulation de vitesse du faisceau d'électrons

□ 17 — On considère ici des électrons qui sont passés par la grille de modulation  $(M_2)$  à l'instant  $t_1$  ; on pose  $\sigma_1 = \omega t_1$ . Ces électrons atteignent la grille de détection  $(D_1)$  à l'instant  $t_2$  ; on posera  $\sigma_2 = \omega t_2$ ,  $\sigma_0 = \omega L/u_0$  et  $k = \beta \sigma_0$ . Quelles sont les dimensions physiques de  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_0$  et  $k$  ? En se limitant au premier ordre en  $\beta$ , exprimer  $\sigma_2$  en fonction de  $\sigma_1, \sigma_0$  et  $k$ .

□ 18 — Sur un intervalle symétrique centré en 0, tracer l'allure des courbes donnant  $\sigma_2 - \sigma_0$  en fonction de  $\sigma_1$  pour  $k = 0, k = 0,5$  et  $k = 1$ . Expliquer pourquoi  $k$  porte le nom de *paramètre de groupement*.

□ 19 — Dans cette question seulement, on considère que  $k = 1$ . L'étude précédente montre que l'on peut regrouper les électrons. Pour fixer les idées, considérons l'intervalle de temps  $dt_1$  centré sur 0 de telle manière que  $-dt_1/2 < t < dt_1/2$ , tel que tous les électrons qui ont été émis de  $(M_2)$  pendant une durée  $dt_1$  arrivent sur  $(D_1)$  pratiquement au même instant  $t_2$ , à 1% près. Déterminer  $dt_1$  en fonction de  $L, \omega$  et  $u_0$ . À quelle fraction  $\epsilon$  de la période du signal de modulation  $V_M(t)$  cette durée correspond-elle ?

Application numérique : on donne  $m = 9,1 \times 10^{-31}$  kg,  $e = 1,6 \times 10^{-19}$  C,  $V_A = 75$  kV,  $L = 10$  cm ainsi que  $\omega = 5,98 \times 10^9$  rad.s<sup>-1</sup>. Déterminer  $dt_1$  et  $\epsilon$ .

□ 20 — On considère que la durée du trajet d'un électron entre  $(M_1)$  et  $(M_2)$  est nulle. L'intensité du courant électrique qui atteint la grille de modulation  $(M_2)$  à l'instant  $t_1$  est donc  $I_0$ . On note  $I(\sigma_1)$  l'intensité du courant électrique qui atteint la grille de détection  $(D_1)$  à l'instant  $t_2$ . Relier  $I(\sigma_1), I_0$  et  $d\sigma_2/d\sigma_1$ . En déduire que

$$I(\sigma_1) = \frac{I_0}{1 - k \cos \sigma_1}$$

□ 21 — On note  $\varphi = \omega(t_2 - L/u_0)$  la phase de l'onde de courant qui se propage le long de l'axe du klystron, à l'instant où cette onde atteint la grille de détection  $(D_1)$ . Exprimer  $\varphi$  en fonction de  $k$  et  $\sigma_1$ . Montrer que, si  $k \leq 1$ , le courant  $I(\sigma_1)$  peut être considéré comme une fonction de  $\varphi$ . Quelle est la période  $T_\varphi$  de cette fonction ? Est-ce une fonction paire ou impaire de  $\varphi$  ?

□ 22 — On cherche la décomposition de Fourier de  $I(\varphi)$  sous la forme :

$$I(\varphi) = \langle I \rangle + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos \left( 2\pi n \frac{\varphi}{T_\varphi} \right) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin \left( 2\pi n \frac{\varphi}{T_\varphi} \right)$$

Déterminer  $\langle I \rangle$ , puis  $b_n$  pour tout  $n \geq 1$ . On donne l'expression intégrale de la *fonction de Bessel de première espèce* d'ordre  $p$  :

$$J_p(\alpha) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos(\alpha \sin \psi - p\psi) d\psi$$

Exprimer simplement  $a_n$  en fonction de  $I_0$  et de  $J_n(nk)$ . On conservera cette expression dans la suite même si  $k > 1$ .

## II.C. — Dimensions et accord du klystron

L'onde de courant parvenant au détecteur sera détectée sous la forme du courant alternatif  $i_D(t)$  ; celui-ci s'écrit, en se limitant au premier terme de la série de Fourier, proportionnellement à la fonction de Bessel  $J_1(\alpha)$  :

$$i_D(t) = 2\eta I_0 J_1 \left( \beta \frac{\omega L}{u_0} \right) \cos \left( \omega t - \frac{\omega L}{u_0} \right)$$

où  $\eta$  est le rendement de détection, et  $I_0$  le courant strictement positif produit par le canon à électrons. Le tracé de  $J_1(\alpha)$  est reporté sur la figure 5. On notera que  $J_1(\alpha) = 0$  pour  $\alpha_{01} = 3,83$  et  $\alpha_{02} = 7,02$  ; le premier maximum de  $J_1(\alpha)$  est atteint pour  $\alpha_m = 1,84$  et vaut  $J_1(\alpha_m) = 0,58$ .

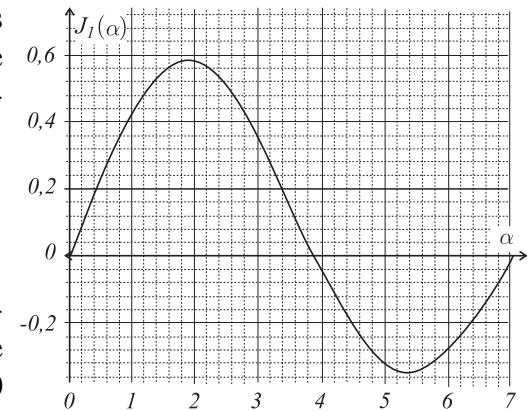


FIG. 5 – Fonction de Bessel  $J_1(\alpha)$

□ 23 — À quelle distance  $L_m$  de la grille de modulation ( $M_1$ ), la grille de détection ( $D_1$ ) doit-elle être placée pour obtenir un courant détecté d'amplitude maximale ? On exprimera  $L_m$  en fonction de la fréquence  $f$  du signal de modulation, de  $V_A$ ,  $\beta$ ,  $m$ ,  $e$  et  $\alpha_m$ .

□ 24 — On donne  $m = 9,1 \times 10^{-31}$  kg,  $e = 1,6 \times 10^{-19}$  C,  $V_A = 75$  kV,  $\beta = 0,5$  et  $L = 10$  cm. Calculer la fréquence  $f$  pour laquelle est accordé le klystron. Dans quel domaine spectral cette fréquence se situe-t-elle ?

## II.D. — Étude du système de détection

Le système des deux grilles de détection est ici assimilé à deux plans métalliques, parfaitement conducteurs, disposés à la distance  $d$  l'un de l'autre. On note  $O_1$  et  $O_2$  les intersections des deux grilles de détection ( $D_1$ ) et ( $D_2$ ) avec l'axe  $Oz$ . On considère qu'à un instant donné, un seul électron, noté  $\Lambda$ , se trouve entre ces deux grilles ; il a alors parcouru la distance  $z_e = O_1\Lambda$  telle que  $0 < z_e < d$  dans l'espace défini par les deux grilles (voir figure 6). Soit  $P_1$  (respectivement  $P_2$ ) un point quelconque de la grille ( $D_1$ ) (respectivement ( $D_2$ )) repéré par la distance  $r_1 = O_1P_1$  (respectivement  $r_2 = O_2P_2$ ).

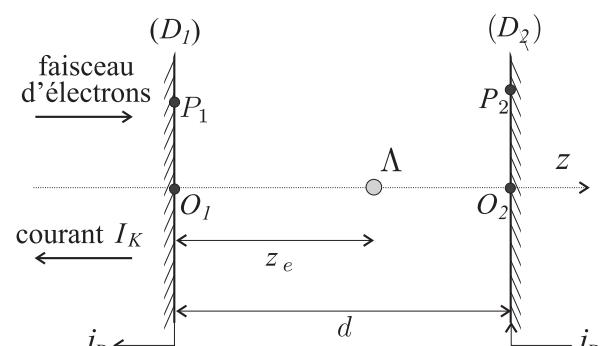


FIG. 6 – Grilles de détection

Dans toute la partie II.D, on notera  $V_1$  et  $V_2$  les potentiels respectifs des grilles ( $D_1$ ) et ( $D_2$ ) dont les dimensions transverses sont supposées très supérieures à  $d$ , de manière à négliger tout effet de bord. L'ensemble de l'étude électrique sera mené dans le cadre de l'électrostatique.

□ 25 — En l'absence de tout électron entre les grilles, déterminer les densités surfaciques de charge  $\Sigma_{01}$  et  $\Sigma_{02}$  portées par les grilles. On les exprimera en fonction de  $v_D = V_2 - V_1$ , de  $d$  et de la permittivité du vide  $\epsilon_0$ .

□ 26 — En sa présence (voir fig. 6), on admet que la charge ponctuelle de l'électron  $\lambda$  *influence totalement* les deux plans métalliques, c'est-à-dire que toute ligne de champ issue d'un point  $P_i$  du plan  $(D_i)$  passe par le point de cote  $z_e$  où se trouve l'électron. Tracer l'allure des lignes de champ du champ électrique  $\mathbf{E}$  dans l'espace compris entre  $(D_1)$  et  $(D_2)$ . Tracer également l'allure des surfaces équipotentielles.

En présence de cet électron, on appelle  $\Sigma_1$  et  $\Sigma_2$  les charges surfaciques aux points  $P_1$  et  $P_2$ , et  $q_1$  et  $q_2$  les charges totales portées par les deux façades des grilles  $(D_1)$  et  $(D_2)$  en regard. Quels sont les signes de  $\Sigma_1$  et  $\Sigma_2$ ? Quels sont les signes de  $q_1$  et  $q_2$ ? Justifier. Que peut-on dire de  $q_1 + q_2$ ?

□ 27 — Quelles sont les valeurs limites  $q_{1i}$  et  $q_{2i}$  des charges  $q_1$  et  $q_2$  à l'instant  $t_i$  où l'électron vient de pénétrer dans l'espace de détection, c'est-à-dire lorsque  $z_e \ll d$ ? Expliciter de même les valeurs limites  $q_{1f}$  et  $q_{2f}$  des charges  $q_1$  et  $q_2$  à l'instant  $t_f$  où l'électron va quitter l'espace de détection c'est-à-dire lorsque  $z_e \simeq d$ . Finalement, quelle est la charge  $q_D$  qui a circulé dans les grilles de détection lors du passage d'un électron à travers les grilles de détection?

On note  $I_K$  le courant transporté par les électrons qui circulent le long de l'axe du klystron, et qui traverse les grilles de détection. Ce courant provoque la circulation d'un courant électrique variable  $i_D$  dans le circuit refermé sur les grilles de détection.

□ 28 — Que vaut  $i_D$  si le courant  $I_K$  est constant?

On suppose que le courant  $I_K = \langle I_K \rangle + i_K(t - z_e/u_0)$  comporte maintenant une partie sinusoïdale  $i_K(t - z_e/u_0)$  qui se propage à la vitesse  $u_0$ . On considère la charge électrique circulant entre les grilles sous l'effet du seul courant alternatif  $i_K$ .

□ 29 — Exprimer la charge  $q(t)$  comprise, à l'instant  $t$ , entre les deux plaques, sous forme intégrale. Déterminer la variation  $dq = q(t + dt) - q(t)$ . On supposera que la largeur  $d$  est faible devant  $u_0/\omega$ . En déduire le courant  $i_D$ . Quel est, à la pulsation  $\omega$ , le rendement  $\eta$  du système de détection?

**FIN DE LA PARTIE II**

**FIN DE L'ÉPREUVE**